

中 華 大 學

九十五學年度轉學生招生入學考試試題紙

別：工學院群組二年級 科目：微積分 共 / 頁 第 / 頁

科目不可使用計算機*

- (10%) 1. 設 $f(x)$ 為一連續函數且滿足 $f(x) = \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{2x}$, $x \neq 0$, 試問 $f(0)$ 之值為何?
- (10%) 2. (a) 設 $f(x)$ 為二階可微分之函數, 且 $f(1) = 1$, $f'(1) = 3$, $f''(1) = 4$, 求 $[f(f(x))]''$ 在 $x = 1$ 之值
 (b) 已知 $f(x) = \int_3^x \frac{1}{\sqrt{1+t^4}} dt$, x 為實數, 則 $f'(3)$ 之值為何? 求 $[f^{-1}(x)]'$ 在 $x = 0$ 之值
- (10%) 3. 設 $f(x)$ 為一連續函數, 且 $\int_0^\pi f(\sin x) dx = 2$, 求 $\int_0^\pi xf(\sin x) dx$ 之值
- (10%) 4. $f(x) = x + \cos x$, $x \in [0, 2\pi]$, 找出曲線之反曲點(points of inflection)並描述其凹性(concavity)
- (10%) 5. 計算定積分 $\int_1^2 \frac{dx}{x^3 + x}$ 之值
- (10%) 6. 試求兩函數: $y = x^2 - 4x + 3$ 與 $y = 3 + 4x - x^2$ 之交點座標後, 再求出該兩函數所封閉之平面區域面積
- (10%) 7. 設函數為 $f(x) = e^{2x}$, 試為該函數寫出中心在 $c = 0$ 之三階泰勒多項式(third Taylor polynomial)
- (10%) 8. 分別求出下列函數之導數值或偏導數值
 (a) 設 $f(x) = \ln(3x^2 + 2x + 1)$, 求導數值 $f'(0)$
 (b) 設 $f(x, y, z) = x^2y^3 + 2xyz - 3yz^2$, 求 f_{xy} 在 $(1, -1, 2)$ 之偏導數值
- (10%) 9. 設級數為 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3}$, 試以積分測試法(Integral Test, $\int_1^{\infty} f(x) dx$) 判斷該級數是為收斂或發散?
- (10%) 10. 試建立一組可求出下圖中封閉體積之雙重積分(double integral)算式, 並求出該結果

