

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

含凸緣體預力疊層微型構件之大撓曲分析 研究成果報告(精簡版)

計畫類別：個別型
計畫編號：NSC 97-2221-E-216-008-
執行期間：97年08月01日至98年07月31日
執行單位：中華大學機械工程學系

計畫主持人：陳春福

計畫參與人員：碩士班研究生-兼任助理人員：蔡志龍
碩士班研究生-兼任助理人員：高迺迪
碩士班研究生-兼任助理人員：李儀威
碩士班研究生-兼任助理人員：陳炯翰
碩士班研究生-兼任助理人員：彼特

報告附件：出席國際會議研究心得報告及發表論文

處理方式：本計畫可公開查詢

中華民國 98 年 11 月 28 日

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

含凸緣體預力疊層微型構件之大撓曲分析

Large Deflection Analysis of Bossed Layered Micro-plates under Initial Tension

計畫編號：NSC 97-2221-E-216-008

執行期限：97年8月1日至98年7月31日

主持人：陳春福 中華大學機械工程學系副教授

計畫參與人員：李儀威、陳炯翰、高迺迪、彼特、蔡志龍
中華大學機械工程學系碩士班研究生

一、中文摘要

本研究係探討預應力下含凸緣體微型均向疊層板/模件的大撓曲問題。求解方法係延伸均向構件下之馮卡門大變形板理論 (von-Karman Large Deflection) 至一含剛性凸緣體的均向對稱疊層情況，並考慮其預拉伸力。所得非線性統御方程，並經由一無因次技巧改寫為一側向斜率與徑向力合之聯立耦合方程組，再配合有限差分法與數值迭代技巧來求解。針對三層對稱輕微模數差異且極窄凸緣頭板件之解發現與現有均向性問題之解吻合。所建構之方法再針對各式預拉伸力、凸緣頭大小、面壓大小以及層間模數等條件以求解各式物理回應。

針對結果可發現，凸緣頭越大，其線性解成立(板行為)之壓力範圍與預拉伸力範圍皆越大。此外，面壓的影響會隨著凸緣頭的增大或者預拉伸力提高而逐漸削弱，其次，低預拉伸力時，凸緣頭大小的變動有其明顯影響，高預拉伸力時則相反，然而層間模數之差異對結構回應均無明顯影響。另一方面，變動面壓、預拉伸力或者凸緣頭大小，板件之邊區效應均明顯加劇。

關鍵詞：大撓曲，含凸緣體疊層板，預拉伸力，馮卡門板理論，邊區效應

Abstract

The nonlinear problem of large deflection

of a bossed and laterally loaded circular layered plate with clamped end under initial tension is studied. The approach follows Von Karman plate theory for large deflection for an isotropic symmetrically layered case simulating a typical micro-pressure sensing device. The thus derived nonlinear governing equations for lateral slope and radial force resultant were solved using a numerical finite difference method incorporated with the boundary conditions along the central boss and the clamped edge. A three-layered symmetric plate with nearly monolithic material properties and a narrowed boss was considered first and the results correlate well with available solutions for an isotropic single-layered problem. Typical bossed and layered plates are then implemented and the results show that, changing the boss width may sensibly affect the structural behavior of the layered sensing plate, in general, in a comparatively low initial tension condition. As the initial tension becomes relatively large, on the other hand, the effect of pretension appears to be dominant, rendering nearly the same results for the structural responses regardless of the boss size and the deviation in the layer moduli.

Keywords : Large Deflection, Bossed Layered Plates, Initial Tension, Edge-Zone effect, von Karman Plate Theory

二、緣由與目的

尖端機械元件已明顯朝向輕、薄、短、小特徵的趨勢發展，其中微型感測或驅動元

件之應用開發乃近年來主流產業中的一項重要技術。由於其應用層面可涉及聲學、電機、機械等跨領域之物理原理，因此相關研究課題也漸趨活絡。其中，壓力感測器是以微機電(MEMS)製程技術開發出來最成功的微系統結構之一，其應用層面廣泛，如微型電子用品(微型耳機、微型喇叭)、航太領域、汽車工業等。由於感測元件應用日趨普及，其相關微型結構之物理問題也逐漸被發掘探討，也更顯現其學術與應用研究上之重要性。

一般的壓力感測元件大多利用其在受到側向面壓時產生之撓曲行為，量測其撓度，再經由運算轉換成所需之壓力值或電壓值[1]，這一方面，文獻上已有不少相關研究，例如 Hsieh & Lee[2]曾討論一功能梯度式材料(FGM: Functionally Graded Material)之橢圓形板在受到均勻側向面壓，以及大變形與其不規則邊緣情況下之徑向和橫向位移的變化；Salehi & Aghaei[3]則曾針對一含有黏彈性(Viscoelastic)的非軸對稱圓形板件，在動態鬆弛(DR: Dynamic Relaxation)的大撓曲行為下，探討其撓度跟鬆弛時間(Relaxation Time)之關係；Hill et al.[4]曾探討 SU-8 MEMS FP 壓力感測器(Fabry-Perot pressure sensor)，並利用 FP 干涉儀(Fabry-Perot interferometer)量測其膜跟纖維間的光譜，經過分析後得出其膜件的撓度。但是，上述文獻均未討論到初始拉伸應力(Initial Tension)對於感測元件的影響，其原因或可推斷係為初始預拉伸力有其量測上的困難。

然而，Sheplak & Dugundji [5]曾提及，初始拉伸應力的存在會對於以撓度為量測值的壓力感測元件有明顯影響，而 Cho et al.[6]更指出感測薄膜(Diaphragm)的初始拉伸應力甚至可達 1 Gpa，故此類以物理應力轉換成電子訊號的感測元件，其工作敏感性(Sensitivity)將會有劣化問題出現，也因此不容忽視。此外，Sheplak & Dugundji[5]與 Su et al.[7]均曾提及夾固式板件初始預拉伸應力

對於板件撓曲的影響，兩者亦皆描述夾固式板件所存在的邊區效應(Edge Effect)，即在其邊緣處，會有劇烈的幾何行為變動。而 Su et al.[7]也提出含凸緣體結構板件在接近凸緣頭邊緣處亦有類似的邊區效應。只可惜上述文獻皆以討論一單層板結構的元件，並未討論典型的疊層元件結構。

由於，現今的微感測元件大多具有疊層組態，例如，典型壓力感測器、加速規、微型閥件[8]，以及微型液壓傳感器[9]，Wang et al.[10]分析之壓電式感測器等，此乃因疊層構件大多有其剛性強度上的優點，如 Malhaire et al.[11]實驗一 SiO_2 / Si 組成的雙層感測薄膜，其在微流場中結構劣化可允許之週期可達 2×10^7 循環而不產生疲勞破壞，且由於為非單一材料之結構，其材料組合上的變化也越多。近年來有關疊層構件的研究也不少，例如，Petir & Mikko [12]以中性面(Midsurface)的近似解和馮卡門(Von Kármán)板理論為基礎來分析設計一複合材料疊層構件的非線性行為，以非線性函數來取代原電位能函數中的線性項，再以雷克斯法(Rik's Method)來解其非線性方程，Jayakumar et al.[13]以柯西赫夫假說(Kirchoff's Hypothesis)和馮卡門板理論的應變位移關係式討論在受到張力影響下壓電層矩形薄板的非線性振動行為，且提出以修正葛雷肯法(Modified Galerkin's Method)來獲得其撓度方程，Hongzhi & Chao[14]以有限元素法(F.E.M.)搭配傅立業級數(Fourier Series)來分析一對稱正交矩形疊層複合材料板。惟上述文獻均未將初始拉伸應力考量進去，而且如前述由初始拉伸應力產生之板件邊區效應，可以想像疊層構件在其各層結合處邊區效應之影響會更明確，例如所謂的脫層現象(Delamination)。故初始拉伸應力對於疊層構件之影響，實有其探討之必要性。對此 Chen & Yu[15]曾探討對稱疊層圓板的非線性大撓曲分析，且考量初始拉伸應力，但並未涉及含凸緣體式結構。

為了因應感測器在功能上運用的不同，其中感測元件可含有一凸緣體(Boss)的形狀，例如Wang et al.[10]分析之壓電式感測器，其矽基板上壓電材料層的大小可任意改變以配合實際情況所需，其整體幾何形狀可視為一含凸緣體板件，Abhijeet et al.[16]所討論之封裝在晶圓上的壓力感測器，就以晶圓蝕刻後，微板件上類似凸緣體的幾何形狀做考量，探討其撓度變化，Ettouhami et al.[17]所描繪的新式電容式壓力感測器，在其壓力敏感性(Pressure Sensitive)隔板上也以一梯型狀凸緣體做考量來分析，且為了使其感性增大，該凸緣體的大小最少要為隔板大小的20%左右，Zwijze et al.[18]所探討之流體應力感測器，亦考量一含凸緣體的薄膜件，並針對凸緣體的幾何形狀，對於負載和壓力訊號間的影響作分析。然而上述文獻，皆未曾提及初始拉伸應力的影響，而初始拉伸應力又如前述般有其重要性，因此探討預拉伸力下含凸緣體微感測元件結構之大撓曲問題，實有其必要性，也是本計畫之研究動機。

本研究係探討一預拉伸力下含剛性凸緣體之夾固對稱疊層圓型板件的非線性大撓曲問題，其求解方法係以馮卡門大撓曲理論(Von Kármán Large Deflection Theory)為基礎，且延伸 Su, et al.[7]之含凸緣體單層板問題的求解概念，至一含凸緣頭對稱疊層圓形板之情況，配合有限差分法與數值迭代技巧來求解非線性問題，同時探討面壓、預拉伸力、疊層效應以及凸緣體大小對板件大撓曲行為之個別影響。此外，並針對其各式幾何回應(如斜率、撓度、曲率)及相當於感測器壓力敏感性相關之面內應力作詳細探討，同時調查其近邊界區域的邊區效應。

三、 求解方法：

本研究所探討的理論基礎係延伸 Su, et al.[7]對於含凸緣體單層均向圓板件大撓曲問題所應用的馮卡門大撓曲板理論(Von-Karman Large Deflection Plate Theory)

至一典型對稱均向疊層件之情況。其中問題模式之建構及求解步驟之重點歸納如下：

- 典型對稱均向疊層板之大撓曲掌控方程建構：

修正原單層板件之掌控方程，以考慮一含凸緣體對稱疊層均向板件，如圖 1 所示。

包含各方向勁度與工程常數、力合與力矩合之定義等即有別於過去文獻所載之單層均向條件，物理問題建構與求解過程中，也由於疊層與含凸緣體組態之故，非線性掌控方程與邊界條件之定義均作一番修正。其大撓曲掌控方程組可經推導而表為徑向與環向力合分量及側向撓曲量(W)之表示式。而針對板件在含預拉伸力情況復承受均勻面壓 p_0 下，含凸緣體疊層均向圓形板件之大撓曲掌控方程則可改寫成一增量形式，即，

$$w_{,rrr} + \frac{w_{,rr}}{r} \left\{ \frac{[(\beta^2 r_a^2 C)/D_l] + 1}{r^2} + \frac{(\hat{N}_r + C)}{D_l} \right\} w_{,r} = \frac{r p_0}{2D_l}$$

$$\hat{N}_{r,r} + (\hat{N}_r - \hat{N}_\theta)/r = 0$$

$$\hat{N}_{\theta,r} - (\hat{N}_r - \hat{N}_\theta)/r + \frac{(w_{,r})^2}{2A_r r} = 0$$

- 經由一無因次化與方程式合併技巧，可推導出側向斜率與徑向力合之無因次聯立方程組，即，

$$\begin{cases} \xi^2 \theta' + \xi \theta - [(s^2 + 1) + \xi^2 (k^2 + S_r)] \theta = P \xi^3 / 2 \\ \xi^2 S_r'' + \xi S_r' = -\frac{h_a^2 \theta^2}{2A_r D_l \xi} \end{cases}$$

- 排除其非線性項，以導出一線性聯立但仍藕合之方程組，同時，就此線性問題以有限差分法來求解其側向斜率之數值解。其中，對稱疊層勁度元素即出現於方程式之相關項次中，所得之線性解即為後續非線性問題求解過程中所取用之迭代初始值。

- 利用有限差分法，針對原非線性之無因次聯立藕合方程組改寫為一數值形式之代數聯立方程組，再藉由數值迭代技巧來求解。其中，數值收斂性之檢驗係仿照文獻[5]所引用之精確度比率，而為加快數值收斂性，本研究也同時延用文獻[7]所提及的低鬆弛因子技巧。於解得側向斜率之後，再運

用數值微分，與積分定義求取其撓度與曲率之解。同時運用疊層本構定律以計算感測板件之壓力敏感性。

四、主要結果

針對一含凸緣頭三層對稱之[Si/ SiO₂/Si]材質均向圓形板件，並考慮三種組合之材料參數來表示，見表一。

其中，板件 1 與 2 係為與現有文獻[5,7]做比對，而板件 3 係本文主要數值結果所引用之參數，以給定的負荷(側向面壓與預拉伸力)，以及相關影響參數(層間模數與凸緣頭大小)來求解；其中，側向面壓與預拉伸力係延用 Sheplak & Dugundji [5]之定義，取無因次面壓大小， $P=1 \sim 10^6$ ，而無因次預拉伸力則為， $k=0.01、5、10、20、50$ ，凸緣頭大小則採用 Su et al.[7]之定義，取 $\zeta_b=0.01、0.05、0.2、0.4、0.6、0.8$ ，其中 $\zeta_b=0.01$ 係模擬近乎無凸緣頭之情況；此外，板件半徑和總厚度之細長比(r_a/h_a)取為 32，程式運算過程所運用的低鬆弛參數係依照 Su et al.[7]所取， $\omega=0.25$ 。所得數值結果則包含無因次撓度 W 、斜率 θ 、曲率 Ψ 以及與感測器靈敏度相關之頂面徑向應力 σ_r 。所有結果並對其無因次徑向座標， ζ ，作圖。

惟為驗證本文所提出的方法，表一中，模擬單層板之板件 1 與 2，將分別配合凸緣頭大小為 $\zeta_b=0.01$ 與 $\zeta_b=0.4$ 先予以求解，以與 Sheplak & Dugundji [5]所作之無凸緣頭單層板，及 Su et al.[7]所得之含凸緣體單層平板件($\zeta_b=0.4$)之結果作比較，前者係以單位無因次面壓($P=1$)，從微小預拉伸力($k=0.01$ ，板行為)增加至極大拉伸力($k=100$ ，膜行為)求取其斜率解；後者則係在凸緣頭大小為 $\zeta_b=0.4$ ，及幾近無預拉伸力($k=0.01$)條件下，求取各式面壓($P=1 \sim 10^6$)所致之斜率解之徑向分佈。所得結果分別列於圖 2 與圖 3。從圖 2 中可見，本文之仿單層板件，在固定面壓，不同預拉伸力條件下所得徑向斜率之結果與 Sheplak & Dugundji [5]所作單層板之結果吻合；而另一方面，圖 3 所示，與 Su et al.[7]所作凸緣頭大小為 $\zeta_b=0.4$ 之單層板，在近乎無預拉伸力條件下，承受不同面壓的斜率徑向分佈之結果，除了因為不同材料參數所產

生的部分差異外，其結果近乎相同，可見本文結果已獲驗證。

另外，針對板件 3([Si/ SiO₂/Si])，數值結果將列於圖 4 至圖 10。其中，在各式預拉伸力與不同凸緣頭大小條件下，其凸緣頭邊撓度之結果見於圖 4，而仿照 Sheplak & Dugundji [5]，板件呈現線性行為的最大面壓(P_{max})之結果則列於圖 5。此外，各式參數條件下(含面壓、預拉伸力、凸緣頭大小與層間模數等)其對應之全域式斜率解則列於圖 6~8，而與感測器靈敏度相關之徑向應力分佈則示於圖 9~10，分述如下。

4.1 凸緣頭邊撓度之結果

比照 Sheplak & Dugundji [5]之概念，各式凸緣頭大小條件下，無因次凸緣頭邊撓度(W_0/P)對預拉伸力大小之關係圖，列示於圖 4。從圖中可發現，雖然不同凸緣頭大小的結果多有差異，但曲線分佈皆有與 Sheplak & Dugundji [5]所得結果相似的趨勢，即在低預拉伸力範圍時 W_0/P 和 k 呈現線性關係，即板件行為；而在進入高預拉伸力範圍時，則逐漸呈非線性之 $W_0/P \propto 1/k^2$ 比例關係，即薄膜行為。另外，隨著凸緣頭大小的增加，其凸緣頭邊撓度(W_0)越來越小，而且該曲線的轉折位置逐漸向右偏移，板件呈現板行為的範圍增加，此現象實符合實際物理現象，即凸緣頭越大，使板件的剛性增加，彎曲勁度提高，因此在固定面壓下板件有不易變形的趨勢。

4.2 最大線性面壓之解

透過凸緣頭邊撓度的結果，板件從承受低面壓至高面壓範圍有明顯的線性與非線性行為間的差異，實是因為預拉伸力或凸緣頭大小的存在，使得逐步增加的面壓，對板件行為模式的變換產生影響，因此，本文以凸緣頭邊撓度對面壓之解為依據，紀錄其曲線斜率有 5% 差異時的面壓值[5]，定義為最大線性面壓， P_{max} ，並在各式凸緣頭大小條件下，隨著 k 值改變之結果列於圖 5。可見，如同 Sheplak & Dugundji [5]所述，在低預拉伸力時， P_{max} 對 k 曲線呈一常數分佈，於高低預拉伸力範圍時，則為 $P_{max} \sim k^3$ 關係。此外，凸緣頭越大，相對應的 P_{max} 值也越

大，而且 P_{\max} 對 k 曲線的轉折位置明顯右移，即表示含凸緣頭結構式板件，相對於平板件，其線性解成立之壓力範圍越大，且在預拉伸力逐漸增大的過程中，更加延緩板件從板行為轉為膜行為的預拉伸力範圍。另一方面，觀察凸緣頭逐次增大的過程時，其相對的 P_{\max} 值間的差值漸增，例如在 $k=0.1$ 時，從 $\zeta_b=0.01\sim 0.4$ ，其對應之 P_{\max} 值為 2.2、3.1、4.2，差異皆不大，但是在 $\zeta_b=0.6$ 時， P_{\max} 值則為 11 左右，而 $\zeta_b=0.8$ 為 80，可見，凸緣頭半徑約佔有板件半徑一半以上時，其凸緣頭大小變化對板件行為模式改變時的面壓值有較明顯影響。

4.3 全域式斜率之解

無因次斜率之徑向分佈，在各式預拉伸力、面壓與凸緣頭大小條件下之解，如圖 6~8 所示。各式參數之影響分述如下：

凸緣頭大小之影響：在微小凸緣頭 ($\zeta_b=0.01$) 條件下，隨著面壓的增加，其斜率分佈曲線，從低面壓時的平滑曲線，改變為高面壓時，在鄰板件邊緣處有劇烈變化之情況，此現象實與 Sheplak & Dugundji [5] 所提之夾固式板件邊區效應相吻合。其次，除了低面壓 ($P=1、10$) 時，各式凸緣頭大小之曲線皆為平滑曲線外，於高面壓 ($P\geq 100$) 下，當凸緣頭增大至 $\zeta_b=0.2$ 時，可發現曲線在鄰板件凸緣頭處已有輕微的邊區行為(即有較劇烈之斜率變動)，而凸緣頭增大至 $\zeta_b\geq 0.4$ 時(圖 6 d~f)，其邊區行為則更明顯，此符合 Su et al.[7] 有關凸緣頭式板件在近凸緣頭處的邊區效應現象，即隨著面壓的增加，凸緣頭越大，板件在鄰兩個邊界位置都將有激烈變動的幾何行為。

另外，隨著凸緣頭之逐漸增大，可發現，其無因次斜率值 (θ/W_0) 的最大值逐漸增加，而且越大的凸緣頭其增幅越大，例如，凸緣頭大小為 $\zeta_b=0.01\sim 0.2$ 時(圖 6a ~ c)，其 $P=1$ 曲線峰值約為 $\theta/W_0=-1.5$ 至 -1.9 之間，然而凸緣頭增大至 $\zeta_b=0.6\sim 0.8$ 時(圖 6e ~ f)，其峰值分別為 -3.7 與 -7.5 ，可見，越大的凸緣頭之板件，其邊區效應越明顯，無因次斜率值的變幅越大。

預拉伸力之影響：隨著預拉伸力的提高，斜率曲線有漸平直之勢，預拉伸力越大，

轉幅越尖銳。小凸緣頭 ($\zeta_b=0.01、0.05$) 之解，其低面壓的曲線(如圖 6-8 之 a、b) 也逐漸在鄰夾固端處有轉折現象，而大凸緣頭 ($\zeta_b\geq 0.2$ ，圖 6-8 之 c~f) 之低面壓曲線，則為在近兩邊界位置有轉折發生。然而在高面壓下，同一凸緣頭大小之曲線並不隨預拉伸力的變動而有所差異(可藉由比較圖 6~8 各圖中，同一凸緣頭之解得之)，實可想見，低面壓時，預拉伸力的變動，對板件斜率的徑向分佈影響較大，而高面壓時，預拉伸力的影響趨微。

此外，隨著預拉伸力的提高，不同中低面壓曲線逐漸重合，只有在較高面壓時才顯現出曲線分布差異，即除了鄰兩個邊界位置轉折有較明顯差異之外，曲線中間部分幾乎重合，此實可解釋為板件受到越高預拉伸力的關係，面壓的影響趨微，板件除兩邊界位置外，大部分範圍為膜行為(無彎曲現象)，僅兩邊界處才有明顯劇烈轉幅之板行為。其次，曲線逐漸重合過程中可發現，除了高面壓曲線如前述般，無差異外，在小凸緣頭之解中，低面壓的對應曲線其峰值隨預拉伸力的提高而提高，然而大凸緣頭之解則恰好相反，例如， $\zeta_b=0.2$ 之曲線其 k 值由 0.01 增至 50 時， $P=1$ 曲線之峰值從 -1.8 增至 -2.2 左右，至於 $\zeta_b=0.8$ 之 $P=1$ 曲線則為從 -7.5 降至 -6.3 ，此情況可由數值求解過程中所得不同預拉伸力下凸緣頭邊撓度與面壓關係之解加以驗證。在先前中心位移解中，當 $\zeta_b=0.2$ 、 $P=1$ ，從低預拉伸力 ($k=0.01$) 至高預拉伸力 ($k=50$) 時， W_0 的降幅倍數約為 $10^{2.2}$ ，而如 $\zeta_b=0.8$ ， W_0 的降幅量則約為 $10^{1.1}$ ，由於(圖 6~8) 之解為 θ/W_0 無因次斜率結果，使得低面壓曲線峰值隨預拉伸力的提高而提高，大凸緣頭之解則為降低。

4-4 徑向應力之解

依 Saini[19] 之定義，所謂壓力(機械)敏性，係指板件承受單位面壓後，所產生的徑向應力比 (σ_r/p_0)。是故在感測器靈敏度相關之徑向應力分佈探討上，為驗證所得數值結果，本文先取 Su et al.[7] 之單層板材料參數 ($E=165$ Gpa、 $\nu=0.27$ 、 $h=10\mu\text{m}$)，套用該文獻之徑向應力計算方程式，亦即：

$$\sigma_r = S_{r0} + S_r - \left(\frac{z}{1-\nu^2} \right) h \left(\Psi + \frac{\nu\theta}{\xi} \right)$$

其所得之解，再與本文擬單層之材料參數(板件 2)，帶入應力計算式，求取在凸緣頭大小為 $\zeta_b=0.4$ ，且預拉伸力分別為 $k=0.01$ 與 20 時，各式面壓下之徑向應力分佈解，列示於圖 47 與 48，所得結果可發現與套用(4-1)式所得之解吻合，即在無預拉伸條件下含凸緣頭式板件，其低面壓時之壓力敏性之徑向分布為類似餘切函數曲線，而高面壓時則為漸趨平滑且接近零應力，但在兩邊界處則有彎曲現象：鄰凸緣頭處由零值急趨上揚(拉伸)，而臨夾固端則急驟下降(壓縮)。而含預拉伸力情況($k=20$)則為，低面壓時呈內凸狀曲線，高面壓時則呈近平直之曲線。

五、結論

本文已應用馮卡門大撓曲板理論，並延伸 Su et al.[7]的求解概念，完成含凸緣體預力夾固對稱疊層圓型板件之非線性大撓曲問題研究。且以有限差分法與數值迭代技巧，求得其非線性數值解。所提方法並藉由考量微小凸緣頭及典型凸緣頭之擬單層板，來完成與現有文獻所提結果之比較，並獲驗證。而參數化之探討則發現：

(i) 凸緣頭越大，其線性解成立(板行為)之壓力範圍與預拉伸力範圍皆越大，且固定凸緣頭大小時，隨著預拉伸力增加，板行為成立的面壓範圍越廣，然而，當板件呈現膜行為時，隨著面壓增加，預拉伸力的影響逐漸減弱。(ii) 面壓的影響會隨著凸緣頭的增大或者預拉伸力提高而逐漸削弱，然而在高面壓時，板件不受變動凸緣頭大小或預拉伸參數之影響。其次，(iii)低預拉伸力時，凸緣頭大小的變動有較大影響，而高預拉伸力時，其影響則降低。(iv) 含凸緣頭式板件，在鄰凸緣頭端的幾何行為相似於夾固端，而且變動面壓、預拉伸力或者凸緣頭大小，皆會加深結構之邊區效應。(v)壓力敏性受預拉伸力的影響仍最明顯，惟凸緣頭大小變動的影響仍不容忽略。

五、誌謝

本研究蒙國科會專題研究計畫案(NSC 97-2221-E-216-008)補助，特此致謝。

六、參考文獻

1. Brantley, W. A., 1973, "Calculated Elastic Constants for Stress Problems Associated with Semiconductor Devices," *J. Appl. Phys.*, Vol. 44, pp. 534-535.

2. Hsieh, J. J. and Lee, L. T., 2006, "An Inverse Problem for a Functionally Graded Elliptical Plate with Large Deflection and Slightly Disturbed Boundary," *In. J. of Solids & Structures*, Vol. 43, No. 20, pp. 5981-5993.
3. Salehi, M. and Aghaei, H., 2005, "Dynamic Relaxation Large Deflection Analysis of Non-Axisymmetric Circular Viscoelastic Plates," *Computers & Structures*, Vol. 83, No.s 23-24, pp. 1878-1890.
4. Hill, G. C., Melamud, R., Declercq, F. E., Davenport, A. A., Chan, I. H., Hartwell, P. G. and Pruitt, B. L. 2007, "SU-8 MEMS Fabry-Perot Pressure Sensor," *Sensors and Actuators A: Physical*, Vol. 138, No. 1, pp. 52-62.
5. Sheplak, M., and Dugundji, J., 1998, "Large Deflections of Clamped Circular Plates Under Initial Tension and Transitions to Membrane Behavior," *Trans. of ASME Journal Appl. Mech.*, Vol. 65, No. 1, pp. 107-115.
6. Cho, S. T., Najafi, K. and Wise, K. D., 1992, "Internal Stress Compensation and Scaling in Ultra-sensitive Silicon Pressure Sensors," *IEEE Trans. of Electron Devices*, 39 (4), pp. 836-842.
7. Su, Y. H., and Chen, K. S., and Roberts, D. C., and Spearing, S. M., 2001, "Large Deflection Analysis of a Pre-Stressed Annular Plate with a Rigid Boss Under Axisymmetric Loading," *J. Micromech. Microeng.*, Vol. 11, No. 6, pp. 645-653.
8. Huff, M.A., Mettner, M.S., Lober, T.A. and Schmidt, M.A., 1990, "A Pressure-Balanced Electrostatically-Actuated Microvalve," *Proc. IEEE Solid-State Sensor and Actuator Workshop*.
9. Hagood, N., Roberts, D., Schmidt, M., Spearing, S., Breuer, K., Mlcak, R., Carretero, J., Ganji, F., Li, Chen, H., Su, Y., and Pulitzer, S., 1999, "Development of Micro Hydraulic Transducer Technology," *Proc. of 10th Int. Conf. On Adaptive Structure and Technologies* (Paris).
10. Wang, G., Sankar, B.V., Cattafesta, L., and Sheplak, M., 2002, "Analysis of a Composite Piezoelectric Circular Plate with Initial Stresses for MEMS," *Proc. of ASME IMECE2002*.
11. Malhaire, C., Didiergeorges, A., Bouchardy, M., and Barbier, D., 2002, "Mechanical Characterization and Reliability Study of Bistable SiO₂ / Si Membranes for Microfluidic Application," *Sensor and Actuators A*, Vol. 99, pp.216-219.
12. Petri, K. and Mikko, L., 2005, "Reissner-Mindlin-Von Kármán Type Plate Model for Nonlinear Analysis of Laminated Composite Structures," *Composite Structures*, Vol. 71, No. 3-4, pp. 289-292.
13. Jayakumar, K., Yadav, D. and Nageswara, Rao. B., 2006, "Nonlinear Vibration Analysis for a Generic Coupled-Laminated Plate with Surface Bonded or Embedded Induced Strain Actuators," *Journal of Sound and Vibration*, In Press, Corrected Proof, pp. 846-863.
14. Hongzhi, Z. and Chao, G., 2006, "Buckling of Symmetrical Cross-Ply Composite Rectangular Plates Under a Linearly Varying In-Plane Load,"

Composite Structures. Vol. 80, No. 1, pp. 42-48.

15. Chen, C. F., and Yu, J. C., 2005, “預應力下對稱疊層圓板之非線性大撓曲分析,” *Transactions of AASRC*, Vol. 37, No. 2, pp. 127-134.
16. Abhijeet, V. C., Senior, M., and Kensall, D. W., 2002, “A Monolithic Fully-Integrated Vacuum-Sealed CMOS Pressure Sensor,” *Fellow IEEE Transaction on Electron Devices*, Vol. 49, No. 1, pp. 164-169.
17. Ettouhami, A., Zahid, N., and Elbelkacemi, M., 2004, “A Monolithic Fully-Integrated Vacuum-Sealed CMOS Pressure Sensor,” *Comptes Rendus Mecanique*, Vol. 332, No. 2, pp. 141-146.
18. Zwijze Robert, A. F., Wiegerink Remco, J., Gijs, J., Krijnen, M., Lammerink Theo, S. J. and Elwenspoek, M., 1999, “Low Creep and Hysteresis Load Cell Based on a Force-to-Fluid Pressure Transformation,” *Sensors and Actuators A*, Vol. 78, No. 2-3, pp. 74-80.
19. Saini, R., Bhardwaj, S., Nishida, T. and Sheplak, M., 2000, “Scaling Relations for Piezoresistive Microphones,” *Proc. of ASME IMECE 2002*. pp. 241-248.

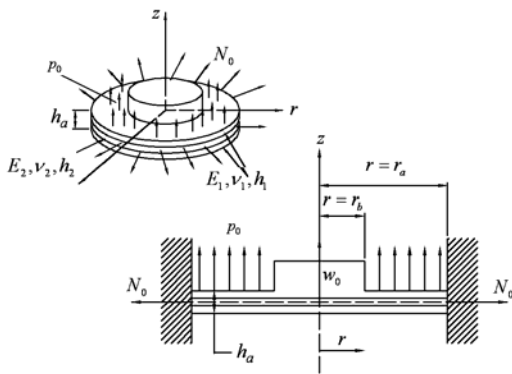


圖 1、預拉伸力下含凸緣體疊層圓型板件受側面壓示意圖

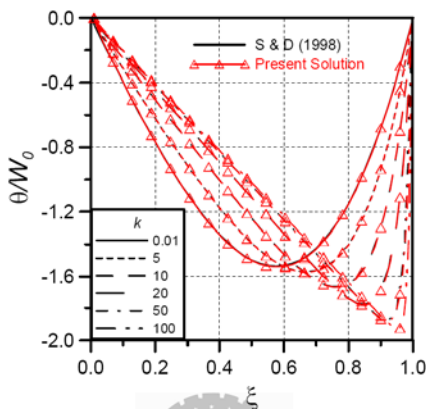


圖 2. 無因次斜率與 Sheplak & Dugundji [5] 之無凸緣頭單層板比較圖

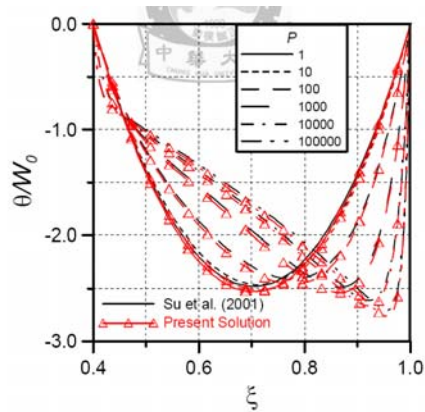


圖 3. 無因次斜率與 Su et al.[7] 含凸緣體單層板件解之比較圖

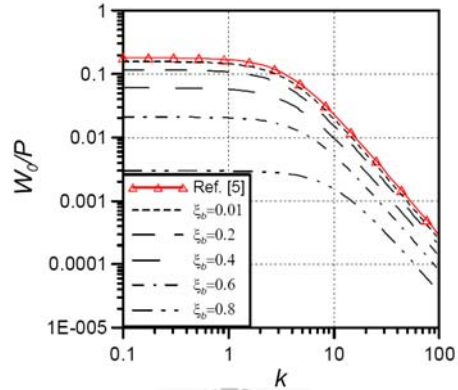


圖 4. 不同凸緣頭大小下凸緣頭邊撓度跟預拉伸力關係圖, P=1

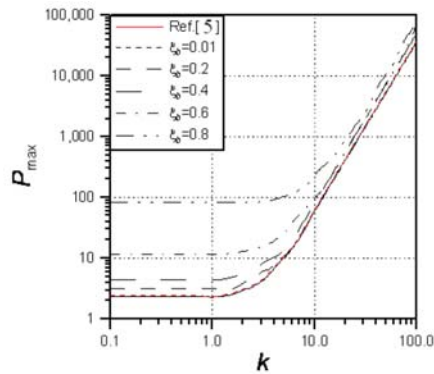
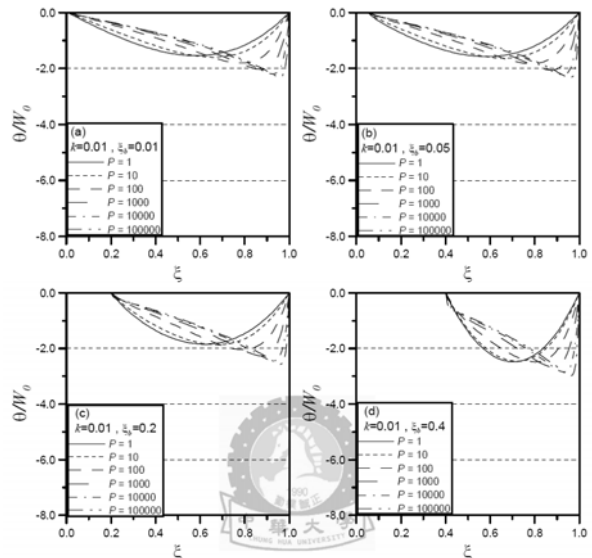


圖 5. 不同凸緣頭大小下 k 值對線性行為的最大面壓圖



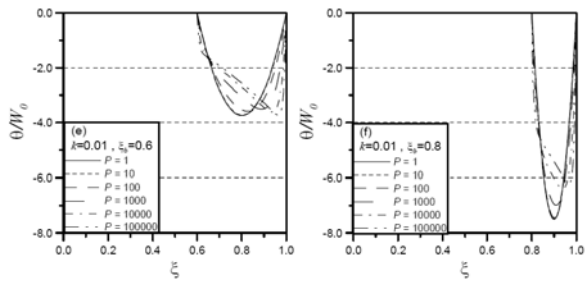


圖 6. 不同凸緣頭大小下無因次側向斜率之徑向分佈圖, $k=0.01$

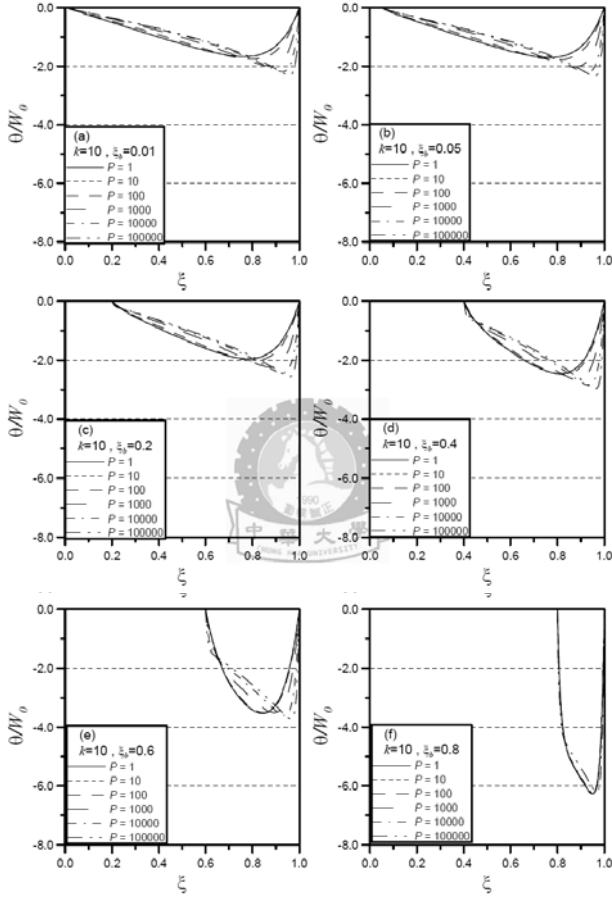


圖 7. 不同凸緣頭大小下無因次側向斜率之徑向分佈圖, $k=10$

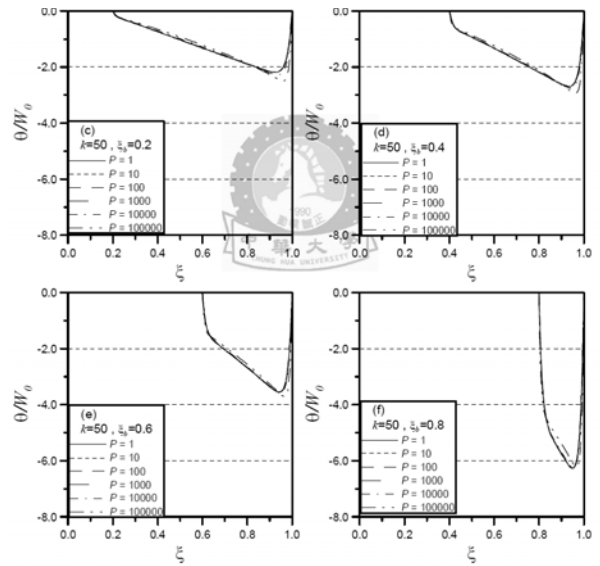
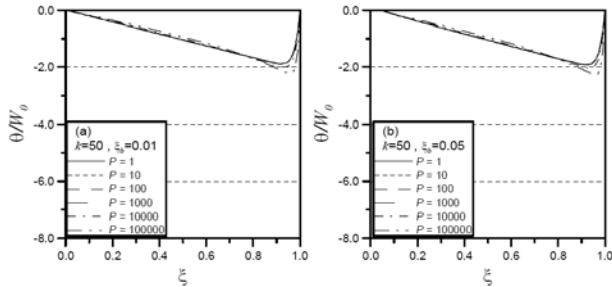


圖 8. 不同凸緣頭大小下無因次側向斜率之徑向分佈圖, $k=50$

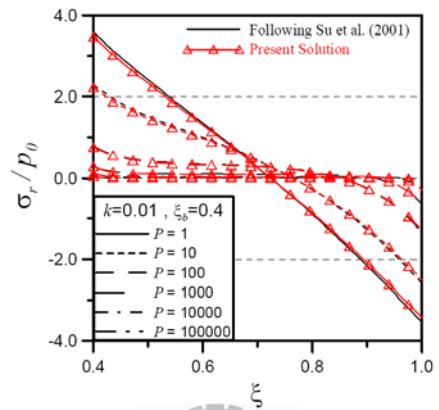


圖 9. 壓力(機械)敏性與含凸緣體單層平板件之解比較圖, $k=0.01$

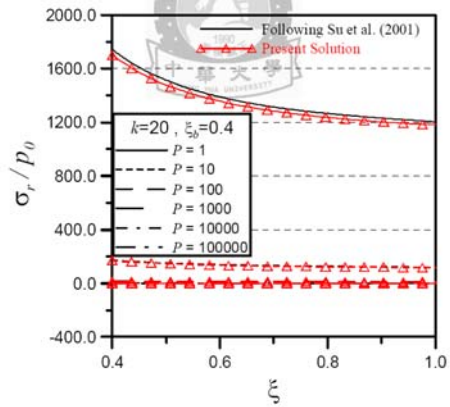


圖 10. 壓力(機械)敏性與含凸緣體單層平板件之解比較圖, $k=20$

	楊氏係數 E	蒲松比 ν	各層厚度 (μm)	半徑 (μm)
板件 1	$E_1=E_3=165$	$\nu_1=0.27$ [5]	$h_a=25, h_1=h_3$	$r_a=625$
	$E_2=160$ (Gpa)	$\nu_2=\nu_3=\nu_1$	$h_2/h_1=0.05$	
板件 2	$E_1=E_3=165$	$\nu_1=\nu_3=0.22$ [7]	$h_a=10$ [7], $h_1=h_3$	$r_a=800$ [7]
	$E_2=160$	$\nu_2=0.27$	$h_2/h_1=0.05$	
板件 3	$E_1=E_3=165$	$\nu_1=\nu_3=0.27$	$h_a=32,$	$r_a=800$ [7]
	$E_2=75$	$\nu_2=0.17$	$h_1=h_2=h_3$	

表一、各式層間材料組合表

附件：封面格式

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告

※※※

※

※ (含凸緣體預力疊層微型構件之大撓曲分析) ※

※ **Large Deflection Analysis of Bossed Layered Micro-plates** ※

※ **under Initial Tension** ※

※

※※※

計畫類別：個別型計畫 整合型計畫

計畫編號： NSC 97-2221-E-216-008

執行期間：97年8月1日至98年7月31日

計畫主持人：陳春福 中華大學機械工程學系副教授

共同主持人：

計畫參與人員：李儀威、陳炯翰、高迺迪、彼特、蔡志龍
中華大學機械工程學系碩士班研究生

本成果報告包括以下應繳交之附件：

- 赴國外出差或研習心得報告一份
- 赴大陸地區出差或研習心得報告一份
- 出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份
- 國際合作研究計畫國外研究報告書一份

執行單位：中華大學機械工程學系

中 華 民 國 98 年 10 月 日

中華大學補助教師出席國際性及大陸地區學術會議報告

98 年 8 月 6 日

報告人姓名	陳春福 副教授	系所 職稱	機械工程學系
時間 會議 地點	98 年 7 月 26 日至 8 月 1 日 美國夏威夷市	本校核定 補助字號	(98)中華研國字第 73 號
會議 名稱	(中文) 第十七屆國際複合材料暨奈米工程研討會(ICCE/17) (英文) The Seventeenth International Conference on Composites / Nano- Engineering		
發表 論文 題目	(中文) 含彈性凸緣體感測板件由於側向負荷所致大撓曲問題之解 析線性探討 (英文) Analytical Linear Study of Large Deflection of Elastically- Bossed Sensor Plate due to Lateral Load		

本次會議為第十七屆國際複合材料暨奈米工程研討會(ICCE/17 – The Seventeenth International Conference on Composites / Nano Engineering)，為2009年在複合材料與奈米科技方面一項大型的國際研討盛會。會議由國際複合材料工程協會[ICCE]籌辦，主席仍為複合材料雜誌 – Part B : Engineering 的主編，即紐奧良大學機械系之David Hui教授。地點在美國夏威夷，並假當地聞名之Hilton Waikiki Kuhio Hotel舉行。日期則為本年七月二十六日至八月一日，共計七天。

今年係該會議於前兩年在大陸舉辦後，另擇美國地區舉行，也由於是聞名旅遊地點之故，與會人明顯較前兩年為多，估計來自全球各地之與會人士多達六、七百人。會中所發表之論文超過五百篇。而且國內前往與會所發表之論文也有十來篇，與會人員則有來自台大、清華、成大、台科大、北科大、中興、東海、雲科大及中華等校之十多人，華裔學者則有來自香港、中國大陸、新加坡、加拿大及美國本土之許多學者專家，在與會各國人士中，所佔比例明顯較前兩年少了許多。議程中，每天分四個會場同時進行，共計有超過七十個場次[Session]。週一至週三的每天早上則安排多場專題演講(Keynote Speech)，相較於往年，今年大會在主題場次的安排下似乎稍有不同。除延續往年之奈米、生物、生醫及奈米材料方面之主題外，或許由於尖端能源科技需求殷切之故，本年度之會議安排了近十場磁性科學及材料技術相關之場次，也突顯其跨領域之特色。在五天的議程之中詳細之論文發表涵蓋主題計有：1.奈米(NANO)科技；2.磁性(Magnetic)材料科技；3.數學方法(Math.)；4.金屬材料(Metals)；5.生物技術(Bio Tech.)；6.基礎工程(Infrastructures)；7.紡織式複材(Textile Composite)；8.化學(Chemistry)技術；9.氧化物(Oxide)技術；10.一般強化複材應用技術(General Tech.)等。除了口頭式報告[Oral Presentation]的論文之外，

會場一側尚有多篇來自中國、印度、德國、越南、羅馬尼亞與美國的若干研究機構的海報式論文(Poster)，內容豐富也相當多元。

在口頭報告方面，每篇論文給定的時間平均為十五分鐘[邀請論文為三十分

鐘]，全部論文之延伸式摘要均彙集在一片論文集光碟中。相較於往年，今年在議程的時間安排上似乎更加緊湊，除了前三天(7/26、28)係自早上八點起就有多場專題演講[Keynote Lecture]，而各場次之口頭報告則自早上 10:30 或是下午兩點開始，尤其，第三天議程中，除八點至十點有四、五場專題演講之外，十點半至下午一點特別安排所謂「政府部門資金投向研究講習會」(Government Funding Trend Workshop)。其中，最令筆者感興趣者，莫過於有一場由來自北卡 A&T 州大(North Carolina A&T State Univ)的 Prof. Jag Sankar 所主講有關「革命性金屬生物材料(Revolutional Metallic Biomaterials)」美國國家科學金會(NSF)資助學界與業界從事相關研發之動態趨向，例如其提到適用於人體膝關節診測的快速反應感測器(Responsive Sensors for Knee)，以及應用於心血管醫療用的 Cardiovascular Devices，另外，在工程應用上他也提到相當新穎的一項奈米疊層鍍層(Nano-Laminate Coating)的技術，可將奈米磷化碳(CaP)層鍍在金屬鎂基材合金(Mg-based Alloy)上面之技術，對於複材結構被景的業者而言，實有增益見聞之處。此外，他也提及，時下之奈米碳管製造瓶頸即其長度問題常無法克服，而且前文獻上記載最長的奈米碳管已可達 18mm 之長度，此項技術開發也是 NSF 資助研發的一重點項目。其他，其曾提及的 NSF 資助重點項目尚包括:

- (i) 建構奈米初型結構的奈米達文西機器人(Nano Da Vinci Robot for Building Prototcspe)
- (ii) 偵測微觀環境使用之細小生物感測器(Tiny Biosensor to sense in Micro-environment)

此外，他也提到一種奈米材料目前已被開發應用於腦科醫療中，以輔助神經細胞的成長。(Neural Cell Growth)。

另一場邀請專題演講(Keynote Speech)由櫟脊國家實驗室(Oak Ridge National Lab.)的 Dr,Warren 所主講之多元產業的高產能低成本碳纖維材料(High volume, Low Cost Carbon Fiber for Multiple Industries)也相當引人注目。尤其，其講題特別註明是美國國家認定用以維探其國際技術領導地位的先驅性關鍵技術(A National Initiative Critical to Maintain US Leadership)，提及美國政府確實重視此一技術，希望能開發出適用於擋泥板(葉子板)(Fender)，以及左右車門內部強化用件 (Door

Inner Reinforce)其目標 BX 希望可達每磅纖維在 5 美元至 7 美元之間,強度可達 250 ksi 以上,模數則達 25Msi 以上,同時其應變能力則可在 1%以上。相信這些都有相當值得我國內相關部門乃至業界參考之處。此外,Dr, Warren 也提及大型風力發電機的應用實例,並特別提醒我們由於風力機所能轉換的能源係與其迴轉面之面積成正比,半徑越大,面積更是成平方正比,是故,當一部 5 MW 的風力機其所需之直徑達 120 米時,運轉期間,其葉尖速度已幾近音速,其大小也遠大於一架波音 747 客機,相關之氣動力學與結構問題也應有一新思考。由於筆者曾於工研院任職能源所多年,也從事過風力發電之開發,其所提及之觀念對筆者而言有相當程度的耳熟與啓發做用。

由於領域之故,筆者入席聽講的場次多半集中數學模擬(Math),一般技術(General)以及與能源相關之幾場口頭報告,這一部份有些出現在磁性技術(Magnetic),有些則是在化學技術(Chemistry)場次中,其中較值得一提的口頭報告為週四早上第八數學模擬場次(Math. 8)中,由英國貝斯大學(U, Bath, UK)的 Dr, Kim 所發表的「不對稱雙穩定複材的形狀記憶合金驅動(Shape Memory Alloy Actuation for Asymmetric Bistable Composites)」,提到在動態驅動過程中,壓電電壓達一定程度時,矩型複材板件,將會由一柱型彎曲形狀突然轉變成另一方向之彎曲形狀,其同僚 Dr, Gidding 也在同日下午的(General Tech.)場次中提到同一構件的數值模擬方法,由於筆者近年之主要研究方向也已考量壓電效應在一感測疊層之不對稱板件上,目前雖仍侷限於均向疊層的靜態問題探討,但也曾在解析解的過程中有過類似的經驗,即所用電壓達一特定值時,其壓電效應影響其變形行為,以致產生相當不同的解析結果,筆者於其等口頭報告結束後曾提問有關此一現象之真正物理原由,中場休息時間並曾私下與 Dr. Kim 會晤,聊及此一問題儲互通心得與作法,互留名片外,也應允其將函寄本人所發表之論文供其參考,深覺確有達學術交流之目的。

筆者於會議中所提出之論文為[含彈性凸緣體感測板件由於側向負荷所致大撓曲問題之解析線性探討](Analytical Linear Study of Large Deflection of Elastically-Bossed Sensor Plate due to Lateral Load)被安排在大會第一天下午的

[MATH 2]分組場次中。所發表之論文係筆者本年度國科會專題研究計畫之部分成果。主要係探討週邊夾固之含彈性凸緣體對稱疊層板件在預拉伸力且受側向面壓作用下之大撓曲行爲。其重點則爲提出一以馮卡門 (Von Karman) 大撓曲理論爲基礎，且考量凸緣體可變形情況下之均向對稱疊層板件，在承受預拉伸及均佈負載下之非線性聯立方程組的線性解析解。文獻上，含凸緣體之感測元件研究雖已有相當數量，但結構行爲之模擬仍多僅侷限於剛性凸緣體之考量。事實上，凸緣體部份其厚度如並非遠大於其外圍之感測環狀板部份，且其材質也如同一般典型之半導體材料，則其可能之變形實不容忽視，此亦爲筆者與所指導研究生高迺迪提出此一主題之動機。在問題求解方法上，係延伸過去文獻有關單層結構件問題所提出的方法，以推導出適用於彈性凸緣體與外圍環狀板部分之非線性聯立方程，再捨去其非線性項，以得出一表示爲側向斜率之線性微分方程。此一微分方程並可發現可改寫成一修正貝索方程之形式。而與現有文獻在求解方法上的相異處則是本研究由於考量彈性凸緣體之故，其線性解將含有第二類修正貝索函數在其通解表示式中。求解技巧則是在考量凸緣體與環狀板介面處的斜率與力矩連續性條件下，來建立通解中未知常數的聯立方程。於求得斜率解析解之後，完整之幾何回應，乃至於各式應力／應變及結構回應也將可依序得解。在筆者發表結束後，並有來美國的業者人士提問筆者有關本研究考量之感測版的疊層材質問題，筆者也予以詳細答覆，並告訴提問人，事實上，含剛性凸緣體之問題筆者與所指導研究生也已在前一陣子完成解析式之類似探討。而相關非線性問題，我們也已有完整之數值求解方法。

(二) 與會心得

首先感謝國科會與本校提供之部份補助，使筆者能順利與會。由於本次會議涵蓋之主題甚廣，與會者眾，認識國際各地前來之學者專家機會甚多，藉由聽講

討論及觀摩，對於個人之研究工作有很大的啟發作用，尤其是尖端複合材料之發展，目前在先進精密製程技術之導向下已明顯與微奈米科技相結合。且應用層面上，更是遍及工程領域諸如材料、化工、機械、光電等，乃至於生物醫學及生命科技領域而無遠弗屆，本次會議，明顯看出在生物、生醫、能源材料開發、能源儲存技術，其與複材甚或奈米複材相關之研究課題已深受重視。可預期者，此一趨勢之發展在未來亦必將更加蓬勃，也是未來先進科技之先驅走向。本次會議無論在議程安排、內容之設計等均可見主辦單位之用心。然而仍可見其美中不足之處。例如，前三天的口頭報告場次安排到晚上十點鐘。此外，有一些場次，口頭報告之演講者無法前來，但大會卻無法獲知，也就是 No Show 的情況，且特別明顯是不少中國大陸擬發表的論文都是這種現象，實甚不合常理。當然，此也與此次大會口頭報告場次安排的時間太晚也有些關係。此外，有些場次的演講在時間的控制上無法確實掌握，實在有待商榷，也有待改進，另外，報到當日的大會安排也令所有人浪費很多時間大排長龍，等候逐一核對報到才開始用餐，凡此也都是有待改進之處。

(三) 考察、參觀活動

這次會議並沒有安排學術性之參觀活動。

(四) 攜回資料名稱及內容

1. 會議議程手冊。
2. 會議論文延伸式摘要集光碟片。