

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

正齒輪對的潤滑特性與動態之研究

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC93-2212-E-216-010-

執行期間：93年08月01日至94年07月31日

執行單位：中華大學機械工程學系

計畫主持人：黃國饒

共同主持人：呂宗熙

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 94 年 10 月 25 日

摘要

動態特性為齒輪系統性能優劣的重要指標，而油潤滑可降低摩擦並提供阻尼，為影響齒輪動態之主要因素。本研究用離散之質量-阻尼-彈簧模式推導正齒輪系統的運動方程式，以彈液動壓潤滑理論獲得齒對瞬間嚙合點之最小油膜厚度、阻尼值與摩擦力矩，再以朗吉-庫塔法，計算出齒對動態嚙合力與動態因子，在考慮潤滑條件下分析正齒輪對的動態特性。最後依據移位係數、齒輪中心距及嚙合背隙幾何關係，探討移位係數與齒型修整等因素對於正齒輪系統的潤滑特性與動態響應之影響。

關鍵字：正齒輪，潤滑，移位係數，動態分析

Abstract

The dynamic response is an essential index for gear transmission performances. Since oil lubrication can provide friction and damping and thus is crucial for gear dynamics. This study derives the gear pair governing equations basing on the discrete mass-damping-spring model. Then, using the EHL theory to account for the gear lubrication, minimum lubricant film thickness, and dynamic damping, friction forces can be thus calculated. Further, the dynamic meshing forces and the dynamic factors of the spur gear pair are calculated by performing the Runge-Kutta method. Finally, effects of the applied torque and addendum modification factor on lubrication characteristics and dynamic responses, the spur gear pair are also investigated.

Keywords : Spur gear; Lubrication; Addendum modification factor; Dynamics analysis

1. 前言

隨著更高精度與更高轉速機械的需求趨勢，使得對於齒輪系統的振動與噪音要求日趨嚴格。而由於潤滑條件影響到齒面間接觸特性，為決定齒輪性能與效率之重要因素，若潤滑不良導致嚙合齒面直接接觸將會產生大的摩擦力，易引起齒輪的振動、噪音與溫升，因此必須有適當潤滑油供給以降低摩擦，增加齒輪精度與壽命。而且潤滑油膜產生之阻尼，可以減少振動改善動態特性，因此極為重要。

2. 研究目的

正齒輪為齒輪家族之中，用途最廣且最容易設計與製造的齒輪種類。而移位係數為正齒輪設計與製造過程中極普遍且重要手段，其一開始之使用目的乃在避免齒數少之齒輪產生過切現象，而隨著齒輪理論與應用研究之發展，移位係數方法亦可運用來改善齒輪系統之各種性能，如可改變齒輪接觸比、增加齒輪的齒根強度、均衡齒面摩耗量、讓兩齒輪具有相等的強度與壽命，以及其他特殊中心距離之要求或其他特殊運用需求之設計。移位係數值會影響齒輪精度、嚙合狀態以及動態特性，但移位係數值對於正齒輪之動態負荷之影響，僅考慮齒頂修整並討論齒根修整與多齒嚙合模式之影響，而移位係數對於齒輪性能之影響與齒輪之嚙合點對於潤滑之動態分析，則尚未被探討，且關於移位係數與背隙對於齒輪動態影響的研究也很少。因此本文將利用推導之理論模式，對齒輪系統進行深入分析，探討齒輪之潤滑與動態特性，並分析移位係數與齒型修整對於齒輪系統影響。最後改變齒形修整與刀具移位之數值，並依據移位係數、齒輪中心距以及嚙合背隙間之關係式，進行參數分析，分析移位係數與齒型修整對於正齒輪對潤滑情形與動態特性之影響。

3. 文獻探討

Ozguven 和 Houser [1]整理眾多關於不考慮潤滑影響之齒輪動態分析的研究；而在包含潤滑效應之齒輪動態研究方面，Wang 和 Cheng [2]假設動態負荷之計算不受潤滑條件影響下，分析齒輪潤滑油膜厚度與溫昇。Larsson [3]以非牛頓彈液動潤滑(EHL)理論，分析正齒輪之潤滑油膜厚度之暫態響應；Kong 等[4]以彈液動潤滑理論，不考慮幾何接觸變形，分析蝸桿與蝸輪間之潤滑油膜變化與接觸齒面上油膜之缺陷。而 Kuang 和 Lin [5]分析磨耗對於齒輪動態的影響，發現適當的磨耗量可改善齒輪動態接觸力，但過量則會劣化之；Velex 和 Sainsot [6]提出多種摩擦力模式，計算齒輪動態負載；Kahraman 和 Singh [7]分析有關正齒輪對在有背隙情況下之非線性動態，建立了齒對分離與碰撞之數學模式；而 Lin 等[8]則討論齒根修整對於動態負荷之影響。然而同時將齒輪潤滑因素考慮於動態模式之研究，則尚未見到。而利用移位係數與齒型修整來調整輪齒外型以改善其潤滑與動態特性，亦為齒輪設計的重要手段，因此本研究將在考慮潤滑效應下分析齒輪動態，亦同時探討移位係數與齒型修整對其之影響。

4. 理論模式

本文所探討的齒輪動態之系統模式，由圖一(a)馬達-輸入軸-主動齒-被動齒-輸出軸-負載所構成，表示為物理模式於圖一(b)的等效質量-阻尼-彈簧離散模式。圖中之 J_M 、 J_1 、 J_2 、 J_L 分別代表馬達、主動齒輪、被動齒輪、負載裝置之質量慣性矩； C_{S1} 、 C_{S2} 、 C_g 代表輸入軸、輸出軸、齒輪之阻尼係數； K_{S1} 、 K_{S2} 、 K_g 為輸入軸、輸出軸、啮合齒輪之剛度。利用 Lagrange's 方程式推導其運動方程式如下，

$$J_M \ddot{\theta}_M + C_{S1}(\dot{\theta}_M - \dot{\theta}_1) + K_{S1}(\theta_M - \theta_1) = T_M \quad (1)$$

$$J_1 \ddot{\theta}_1 + C_{S1}(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_M) + K_{S1}(\theta_1 - \theta_M) + C_g r_{b1}(\dot{\theta}_1 - r_{b2} \dot{\theta}_2) + K_g[r_{b1}(\theta_1 - r_{b2} \theta_2)] = T_{f1}(t) \quad (2)$$

$$J_2 \ddot{\theta}_2 + C_{S2}(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) + K_{S2}(\theta_2 - \theta_1) + C_g r_{b2}(\dot{\theta}_2 - r_{b1} \dot{\theta}_1) + K_g[r_{b2}(\theta_2 - r_{b1} \theta_1)] = T_{f2}(t) \quad (3)$$

$$J_L \ddot{\theta}_L + C_{S2}(\dot{\theta}_L - \dot{\theta}_2) + K_{S2}(\theta_L - \theta_2) = -T_L \quad (4)$$

在(1)~(4)式中， θ_M 、 θ_1 、 θ_2 、 θ_L 分別為馬達、主動齒輪、被動齒輪、負載裝置之角位移。 r_{b1} 、 r_{b2} 則為齒輪之基圓半徑。 T_M 、 T_L 為馬達與負載扭矩， T_{f1} 、 T_{f2} 則為齒輪間摩擦力矩。

首先為齒輪對啮合剛度之計算，以齒條型齒刀輪廓與啮合方程式，推導出標準與非標準漸開線齒輪之輪廓方程式，考慮齒輪系統之運轉時變特性，計算出其瞬間啮合齒對數目與啮合點位置，然後將齒輪之每個輪齒分割為四個以多項式曲線擬合之非均勻截面的提末辛科樑元素。計算包含(1) 樑受彎矩、剪力與壓負荷之變形，(2) 本體彈性支承之局部變形，(3) 啮合齒對之赫茲接觸變形，以獲得啮合輪齒對之剛度[9]。

接著說明齒對間油膜阻尼之推導，將齒輪對之阻尼係數 C_g 分為齒輪材料之非時變阻尼 \bar{C} ，與第 i 啮合齒面間之潤滑油膜造成的時變阻尼 $C_i(t)$ ， t 為時間，可表示如下

$$C_g(t) = \bar{C} + \sum_1^n C_i(t) \quad (5)$$

應用輪齒外型與彈液動壓潤滑理論，推導啮合齒對潤滑之阻尼效應。如圖二所示，一個齒對之啮合過程，其等效曲率半徑 R_{eq} ，齒面有潤滑油膜的夾角為 2θ ，而在齒輪啮合過程中，啮合齒面間之潤滑油膜阻尼值會隨著齒輪動態啮合力、滑動速度與接觸點位置之曲率半徑改變而變化，依據彈液動壓潤滑理論，考慮齒輪啮合時齒面之赫茲接觸變形 q_H 與油膜壓力分佈 p ，並將潤滑油膜效應模擬

成時變阻尼 C_i 。利用彈液動壓潤滑理論之雷諾方程式(Reynolds equation)如下

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{h^3}{12\mu_0} \frac{\partial p}{\partial \xi} \right) = \bar{u} \frac{\partial h}{\partial \xi} + \dot{h} \quad (6)$$

上式中 μ_0 為絕對黏度、 ξ 為沿著赫茲接觸面座標，而油膜厚度表示為

$$h = h_c + \frac{\xi^2}{2R_{eq}} + q_H \quad (7)$$

其中 h_c 為最小油膜厚度。帶入邊界條件並求解(6)式之雷諾方程式，可積分得到油膜厚度 h 與油膜壓力分佈 p 。因此每單位寬度之潤滑油膜之承載能力 w 可表示為

$$w = \int_{-R_c \cos \theta}^{R_c \cos \theta} p(\xi) \cos \theta d\xi \quad (8)$$

而單位潤滑油膜寬度之阻尼係數 C_o 為

$$C_o(t) = \left| \frac{\partial w}{\partial \dot{h}} \right| = \int_{-R_{eq} \cos \theta}^{R_{eq} \cos \theta} \frac{\partial p(\xi) \cos \theta}{\partial \dot{h}} d\xi \quad (9)$$

然後應用(5)式，包括潤滑油膜產生阻尼力與非時變之齒輪材料產生齒對間阻尼力可寫成

$$F_{d-g} = F_{d-o} + F_{d-m} = C_g(t) \cdot \dot{x} = C_i(t) \cdot \dot{x} + \bar{C} \cdot \dot{x} \quad (10)$$

其中 \dot{x} 為作用線方向之相對速度，而式中第一項的潤滑油膜之時變阻尼力為

$$F_{d-o} = C_i(t) \cdot \dot{x} = C_o(t) \cdot \frac{\dot{h}}{\dot{x}} \cdot \dot{x} \quad (11)$$

所以壓縮潤滑油膜產生之阻尼係數 $C_i(t)$ 為

$$C_i(t) = C_o(t) \cdot \frac{\dot{h}}{\dot{x}} \quad (12)$$

最後利用(9)式並帶入齒輪基圓半徑 r_b ，第

i 嚙合齒面之時變阻尼

$$C_i(t) = \left| \frac{\partial w}{\partial \dot{h}} \right| \cdot \frac{\dot{h}}{(r_{b1} \dot{\theta}_1 - r_{b2} \dot{\theta}_2)} \quad (13)$$

而上述根據壓縮潤滑油膜理論(squeeze film theory)模型之最小油膜厚度的位置，不隨時間而改變，然而齒輪對之嚙合點位置則為時變，因此如圖三所示，等分接觸面間角度，並求出每個對應角度之油膜厚度與阻尼值，再以數學平均值來獲得嚙合齒面間之油膜阻尼。

而根據研究[10]，所以齒輪之第 i 齒對的摩擦係數可寫成

$$\mu_i = 0.0127 \log \left(\frac{45.94 F_{di}}{b \mu_0 V_r^2 (u_2 - u_1)} \right) \quad (14)$$

上式中 V_r 為滾動速度。因此，齒輪在嚙合過程中，由於齒對相對運動所產生摩擦力矩 T_f 可寫成

$$T_{fj}(t) = \sum_{i=1}^n F_{di} \sigma_i \mu_i R_{eqj} \quad (15)$$

上式中 F_{di} 為第 i 個齒對嚙合動態力、 σ_i 接觸力分配係數、 $j=1, 2$ ， μ_i 為齒輪之第 i 齒對的摩擦係數。再利用朗吉-庫塔數值方法解運動方程式，計算出在考慮潤滑條件下之齒輪系統動態接觸力與動態因子[11]。

5. 結果與討論

圖四為分析標準齒輪對之動態因子頻譜圖，動態因子分別為全部嚙合過程中的最大值與單齒對嚙合過程中的平均值。在 2700、6000、12200 rpm 之峰值是因為轉速接近自然頻率所造成；而 8000 rpm 之峰值則是因為齒輪剛度不連續之非線性因素所引起之超谐波共振。接下來將本文理論模式計算所得之動態齒根應變與動態因子頻譜跟文獻結果做比較。圖五是將本研究之動態齒

根應變數值結果與 Oswald [12]之實驗結果做比較，兩者趨勢相同，尤其當軸之阻尼比為 0.02 時，其數值與趨勢都相當接近。而圖六則顯示本文的結果與 Lin [8]之計算結果趨勢相同，但本研究之結果在低頻與轉速為 8000 rpm 時有明顯的起伏情形，此乃因為啮合剛度不連續之非線性因素所產生之超諧波共振。而隨著軸之 damp ratio 增大，兩者結果將更為接近。

接著計算齒輪對阻尼，圖七為轉速 6000 rpm 時齒輪對阻尼值之變化。在圖中啮合角 14.7° 時油膜阻尼有很大且激烈起伏情形，因為在此位置時，動態啮合力由正轉負。圖八考慮潤滑油膜阻尼對於齒輪對動態因子之影響，顯示潤滑油膜會增大齒輪系統阻尼效應，減低振動，將可改善齒輪系統之穩定性。圖九為轉速 6000 rpm 下之啮合過程中潤滑油黏度與油膜阻尼值的關係。由圖中可知，油膜阻尼值會隨潤滑油黏度增加而變大。而圖中油膜阻尼值曲線起伏則是受到潤滑油膜厚度之變化速度與作用線方向之齒輪相對速度的比例影響，而當潤滑油黏度大時，油膜厚度變化起伏則會較平緩。圖十為不同潤滑油黏度對於齒輪系統之動態因子影響。當齒對間之潤滑油的黏度變大時，對於齒輪系統在共振點之振動現象會有緩和作用，尤其對於低頻之超諧波共振現象改善更為顯著。雖然大的潤滑油黏度有助於高轉速振動之改善，但也會產生較大的溫升。

接下來探討馬達輸入扭矩變化對於潤滑油膜阻尼之影響，圖十一為不同扭矩在一個啮合過程中，潤滑油膜阻尼值隨啮合角度變化之情形，由圖中可得知當扭矩大時，油膜阻尼較小，這是因扭矩大時作用線方向之齒輪相對速度也比較大，根據 (14) 式，油膜阻尼與齒輪啮合點作用線方向之相對速度成反比，因此大扭矩時之油膜阻尼將會較小。圖十二則為啮合齒對間無潤滑油膜效應

之動態因子頻譜圖，圖十三為啮合齒對間有潤滑油膜效應之動態因子頻譜圖，比較圖十二、十三，當啮合齒對間有潤滑油膜效應，可明顯改善系統因運轉接近共振頻率所產生之振動，因此適當潤滑可減緩共振現象改善穩定性，但隨著扭矩的增加，齒輪系統之振動幅度在高轉速運轉時會比在低轉速時為大，因此在高轉速下較不適宜施以大的扭矩。

接下來探討移位係數對於齒輪對潤滑情形與動態特性的影響。圖十五，十六為齒輪轉速 6000 rpm 在一個啮合過程中，正移位係數與負移位係數與潤滑油膜阻尼值之關係，在啮合角 $14.5^\circ \sim 15.6^\circ$ 中，齒輪對之正移位係數，油膜阻尼有明顯降低，此乃因為當齒輪對之正移位係數增加時，動態啮合力之振動幅度會減小，致油膜厚度的速度變化趨於和緩，因此油膜阻尼值也會變小。而負移位係數對於潤滑油膜阻尼也有類似地減小阻尼值影響。圖十七與圖十八分別為齒輪對之正、負移位係數與動態因子之關係。圖顯示隨著正移位係數的增加，齒輪對之動態因子趨勢有向左偏移的情形，而負移位係數增加，齒輪對之動態因子趨勢則有向右偏移之情形，此二者皆因移位係數改變啮合剛度與自然頻率所致。而移位係數對於潤滑油膜阻尼值有明顯影響，因此在工程上可藉由適當潤滑與移位係數搭配，來達到齒輪系設計之要求。

6. 結論

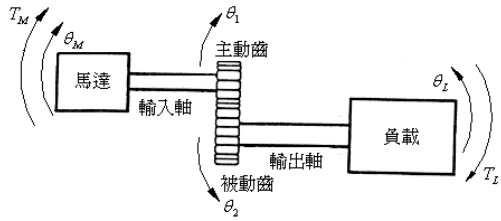
本計畫已探討了包含潤滑特性之正齒輪動態。分析潤滑油膜所提供之阻尼，降低齒輪系統之共振現象之效果，亦探討不同潤滑條件下之齒輪系統動態特性。較大的潤滑油黏度有較大阻尼值，因此更可以改善齒輪系統接近共振頻率之振動。當負載扭矩小時，潤滑油膜阻尼對於系統高頻旋轉之振動降低較明顯，而大扭矩的齒輪在高轉速運轉時之振動會比低轉速時來得嚴重，由此可知

齒輪系統在大扭矩負荷較不適用於高速運轉。而移位係數對於潤滑油膜阻尼值有明顯影響，因此可藉由齒對間潤滑油膜效應與移位係數的搭配，以達到齒輪設計之性能需求。

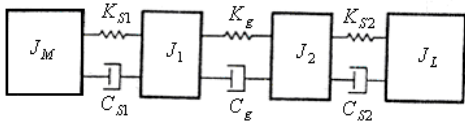
7. 參考文獻

1. H. N. Ozguven and D. R. Houser, 1988, "Mathematical models used in gear dynamics - a review," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 121, pp. 383-411.
2. K. L. Wang and H. S. Cheng, 1981, "A numerical solution to the dynamic load, film thickness, and surface temperature in spur gears, part 1 analysis," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 103, pp. 177-187.
3. R. Larsson, 1997, "Transient non newtonian elastohydro dynamic lubrication analysis of an involute spur gear," *Wear*, Vol. 207, pp. 67-73.
4. S. Kong, K. Sharif, H. P. Evans and R. W. Snidle, 2001, "Elastohydrodynamics of a worm gear contact," *Transactions of the ASME*, Vol. 123, pp.268-275.
5. J. H. Kuang and A. D. Lin, 2001, "The effect of tooth wear on the vibration spectrum of a spur gear pair," *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, Vol. 123, pp. 311-316.
6. P. Velex and P. Sainsot, 2002, "An analytical study of tooth friction excitations in errorless spur and helical gears," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 37, pp. 641-658.
7. A. Kahraman and R. Singh, 1990, "Non-linear dynamics of a spur gear pair," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 142, pp. 49-75.
8. H. H. Lin, F. B. Oswald and D. P. Townsend, 1994, "Dynamic loading of spur gears with linear or parabolic tooth profile modifications," *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 29, pp.1115-1129.
9. K. J. Huang and T. S. Liu, 2000, "Dynamic analysis of a spur gear by the dynamic stiffness method," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 234, pp. 311-329.
10. H-H. Lin, R. L. Huston and J. J. Coy, 1988, "On dynamic loads in parallel shaft transmissions: part 1 modeling and analysis," *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 110, pp. 221-229.
11. K. Y. Yoon and S. S. Rao, 1996, "Dynamic load analysis of spur gears using a new tooth profile," *ASME Journal of Mechanical Design*, Vol. 118, pp. 1-6.
12. F. B. Oswald and D. P. Townsend, 1996, "Tooth modification and spur gear tooth strain," *Gear Technology*, Vol. 13, pp. 20-24.
13. 黃國饒，吳茂榮，2005，"考慮潤滑條件影響之正齒輪系統動態分析" 中國機械工程學會第二十二屆全國學術研討會，桃園。
14. 黃國饒，吳茂榮，2005，"以時變系統探討移位與背隙影響之正齒輪動態分析"，第八屆全國機構與機器設計學術研討會，台北。
15. 吳茂榮，2005，中華大學碩士論文，題目：包含潤滑特性之正齒輪動態分析。

8. 圖表彙整

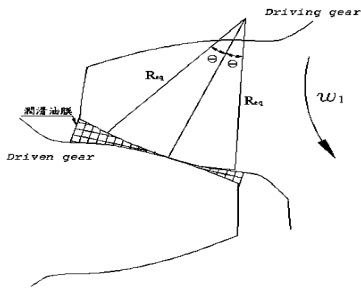


(a)

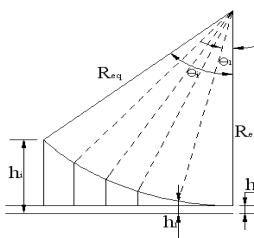


(b)

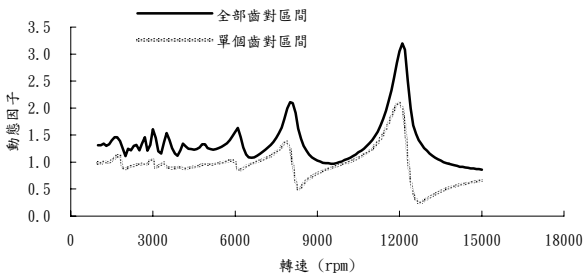
圖一 齒輪傳動裝置與離散模式



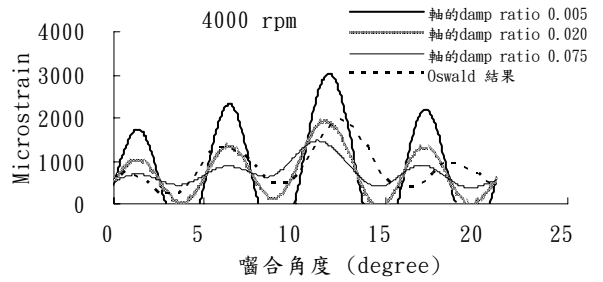
圖二 齒輪對之嚙合齒面接觸範圍



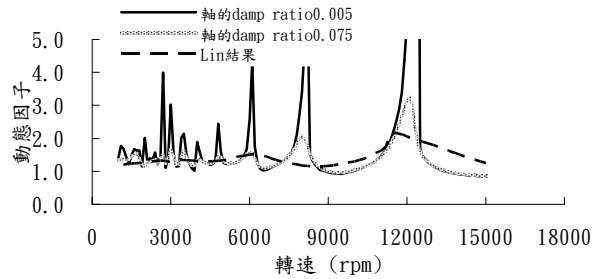
圖三 接觸面間油膜之等分嚙合角度



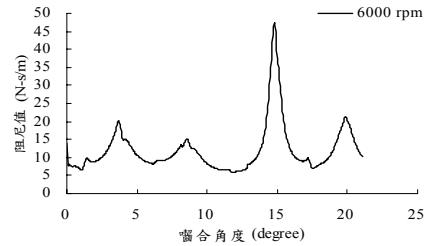
圖四 標準齒輪對之動態因子頻譜圖



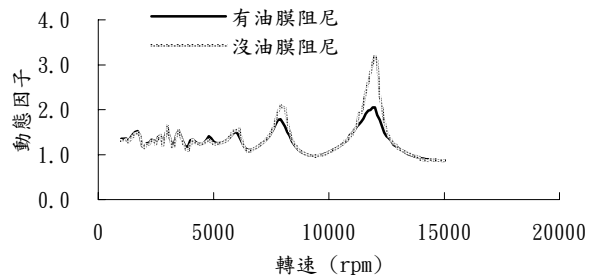
圖五 本文動態齒根應變之計算與實驗結果 [12] 比較



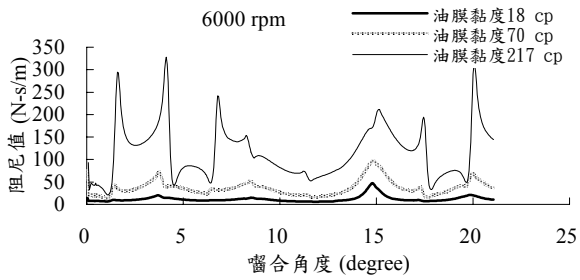
圖六 本文動態因子頻譜與文獻結果 [8] 比較



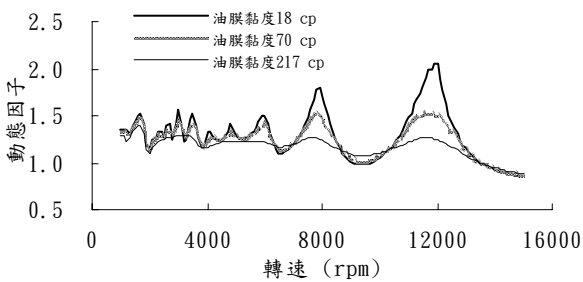
圖七 齒輪 6000 rpm 下之齒輪對阻尼值變化



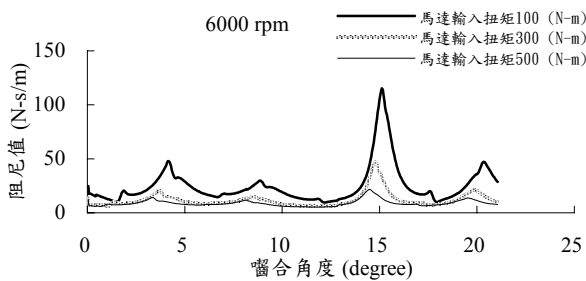
圖八 潤滑油膜阻尼對於動態因子之影響



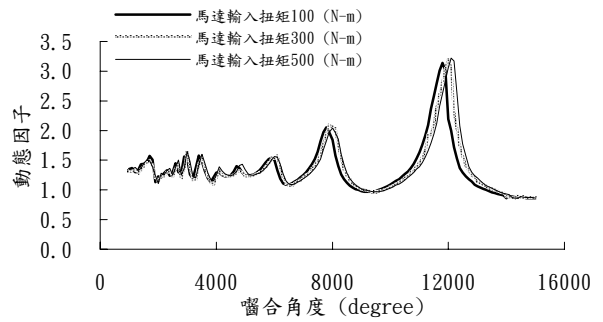
圖九 潤滑油黏度對於潤滑油膜阻尼值的影響



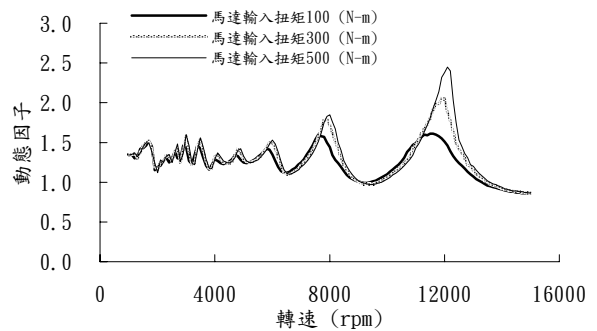
圖十 不同潤滑油黏度對於動態因子頻譜圖之影響



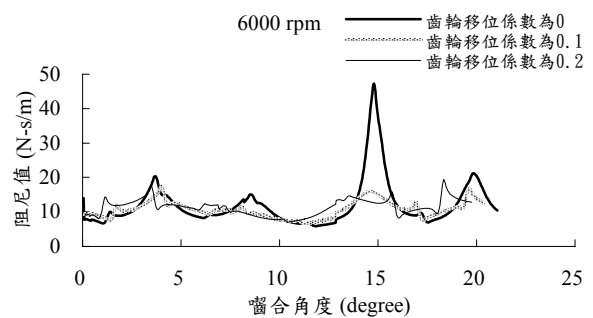
圖十一 不同馬達扭矩對於潤滑油膜阻尼之影響



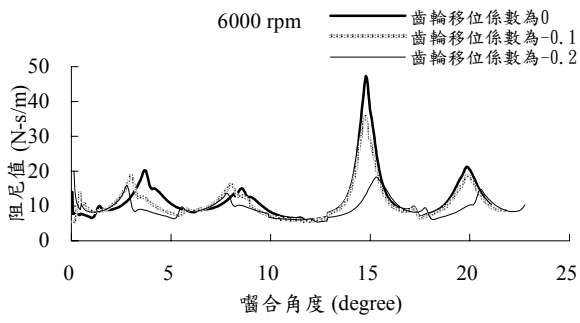
圖十二 不同扭矩在無潤滑下對動態因子之影響



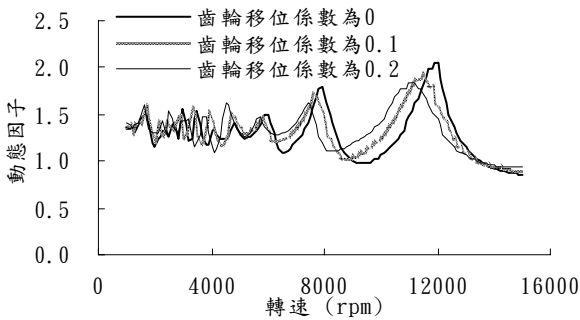
圖十三 不同扭矩在有潤滑下對於動態因子之影響



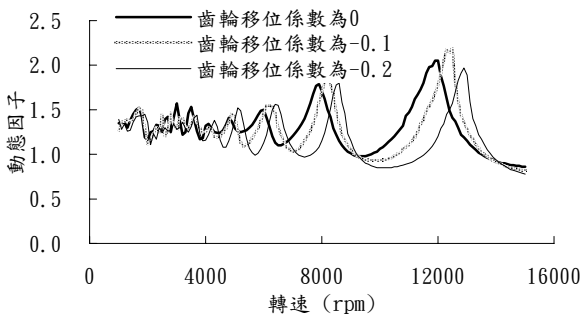
圖十四 齒輪對正移位係數對於潤滑油膜阻尼之影響



圖十五 齒輪對之負移位係數對潤滑油膜阻尼之影響



圖十六 齒輪對之正移位係數對動態因子頻譜圖影響



圖十七 齒輪對之負移位係數對動態因子頻譜圖影響

9. 計畫成果自評

本計畫已分析包含潤滑特性之正齒輪動態，探討了潤滑油膜阻尼，降低齒輪系統之共振現象。研究項目符合計畫內容、成果達成預期目標情況，並具有學術或應用價值。

研究成果已分別投稿於中國機械工程學會第二十二屆全國學術研討會，題目為：考慮潤滑條件影響之正齒輪系統動態分析[13]；以及第八屆全國機構與機器設計學術研討會，題目為以時變系統探討移位與背隙影響之正齒輪動態分析[14]，並預計將此成果發表於相關領域之國際知名期刊。本研究計畫內容與成果亦可參考畢業論文中華大學碩士論文 [15]。