

行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

突出阻塊管道流場之數值研究

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC93-2212-E-216-003-

執行期間：93年08月01日至94年07月31日

執行單位：中華大學機械工程學系

計畫主持人：蔡永培

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 94 年 10 月 28 日

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫成果

## 突出阻塊管道流場之數值研究

計畫編號: NSC 93-2212-E-216-003

執行期限: 93/08/01-94/07/31

主持人: 蔡永培 中華大學機械與航太工程研究所

### I. 中文摘要

關鍵詞：MacCormack 方法、Godunov 方法、大漩渦結構

本研究是以數值模擬方法處理紊流流場問題，探討矩形管道內具有方形肋條或阻塊流場中伴隨紊流擾動所產生的自然渦旋結構，及渦旋結構隨時間變化演進的情形，並了解流場、溫度場的分布及熱傳增進的關係。數值計算是解 3D Navier-Stokes 方程式，模擬大渦旋(Large eddy)結構之行為與發展，並找出增進熱傳之因素。

### 英文摘要

Keyword : MacCormack method、Godunov method、Large eddy structure  
The purpose of this numerical study is to use the MacCormack and Godunov's method to analyze the physics of a rectangular duct flow with arrays of ribs. The effects of large eddy structures in the flow are simulated. Turbulence model is introduced to simulate the flow field in the duct. The effects of rib height, rib spacing, and rib shape on the heat transfer coefficient and friction factor over a wide range of Reynolds number are investigated. Performance evaluation for enhancing heat transfer in the duct is developed.

### II. 研究背景及目的

本研究目的是改進數值模擬技術以處理紊流流場的問題，利用研究中所發展的數值方法，探討矩形管道內具方形肋條或阻塊流場中伴隨紊流擾

動所產生的自然渦旋結構，及渦旋結構隨時間變化演進的情形，並了解流場、溫度場的分布及熱傳增進的關係。

在工程方面，探討管道內具突出物之流場及熱傳效應的關係是一個重要的課題。應用上如：電子裝備系統中電子元件的散熱問題，熱交換器問題，及渦輪機葉片內流場的散熱問題。

以渦輪機葉片內流場的散熱問題為例：就目前航空發動機的設計而言，為了得到更高的熱效率，往往提高渦輪機內部的燃氣溫度來達到目的，造成渦輪機內部葉片必須承受相當高的溫度。然而葉片之抗熱腐蝕力及抗熱潛變力，受限於材料本身耐高溫的特性而無法突破。所以，利用冷卻技術來加強葉片的壽命。其中較常用的冷卻的效果，渦輪機葉片內部冷卻之通道具方形肋條的流場，即類似本研究模擬計算的數值模型。此外，近年來電子裝備系統的散熱問題也受到廣泛重視。因此，研究中也採取相似的模型作為討論。

### III. 研究方法

本研究所採用的數值方法，屬於大渦旋尺度 LES (Large Eddy Simulation)，係依據真實物理條件，計算流場隨時間演進的情形，以獲得瞬時的流場變動的資訊，並利用統計的觀念得到流場中相關參數的平均

值。

數值方法的應用，在本研究中交叉使用 MacCormack 及 Godunov 方法，並採用有限體積法之觀念，進行模擬計算。為什麼要選用 MacCormack 及 Godunov 方法，其原因在於利用 MacCormack 二階顯性有限差分法之超越相差 (Leading phase error)，而 Godunov 方法有落後相差 (Lagging phase error)，當兩者交替配合使用，則使得數值誤差項相抵消。本研究採取 MacCormack 有限差分法及 Godunov 有限差分法交叉使用，以求得較精確之數值解。

### 1. 統御方程式

研究中使用二維及三維 Navier-Stokes 方程組為統御方程式 (Governing Equations)，用以直接求解相關變數。三維形式之 Navier-Stokes 方程組，其守恆形式如下：

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial X} + \frac{\partial F}{\partial Y} + \frac{\partial G}{\partial Z} = 0$$

(1)

其中 U、E、F、G 為向量矩陣，定義如下：

$$U = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ E_t \end{bmatrix}$$

(2)

$$E = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p - \tau_{xx} \\ \rho v u - \tau_{xy} \\ \rho w u - \tau_{xz} \\ (E_t + p)u - k \frac{\partial T}{\partial X} - u\tau_{xx} - v\tau_{xy} - w\tau_{xz} \end{bmatrix}$$

(3)

$$F = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho u v - \tau_{zx} \\ \rho v^2 + p - \tau_{yy} \\ \rho w v - \tau_{yz} \\ (E_t + p)v - k \frac{\partial T}{\partial Y} - u\tau_{yx} - v\tau_{yy} - w\tau_{yz} \end{bmatrix}$$

(4)

$$G = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho u w - \tau_{zx} \\ \rho v w - \tau_{zy} \\ \rho w^2 + p - \tau_{zz} \\ (E_t + p)w - k \frac{\partial T}{\partial Z} - u\tau_{zx} - v\tau_{zy} - w\tau_{zz} \end{bmatrix}$$

(5)

上述之方程式及矩陣，分別代表黏性流體運動之質量守恆方程式、動量守恆方程式、能量守恆方程式。

### 2. MacCormack 方法

在計算流體力學中，MacCormack 有限差分法是一廣泛被應用的數值方法。MacCormack 有限差分法可說是一種變化的二步驟 Lax-Wendroff 方法的組合，但其中不涉及 Jacobian 轉換，使得 MacCormack 方法比起 Lax-Wendroff 方法在應用上較為容易。顯性 MacCormack 方法對於空間及時間的計算皆為二階精度，此外，對於不連續性問題，MacCormack 方法提供一良好的數值解。

在數值計算上，本研究使用 MacCormack 有限差分法，作為中主程式的部份，並且利用有限體積法作運算。對於流場中的變數，如：密度 ( $\rho$ )、速度 ( $u, v, w$ )，壓力 ( $p$ )，總能 ( $E_t$ )，均置於網格中心。在 Predicted 部份，採用 Backward Difference；在 Corrector 部份，採用 Forward Difference 為其計

算。此外，有限體積法的運算應用二階外差法，先得到網格邊界的數值通量，再以 MacCormack 有限差分法，解得網格中心變數。

使用二階外差法來求得網格邊界值，其觀念係以正立方體的格點為基礎，即  $\Delta X = \Delta Y = \Delta Z$ ，經過數個外差步驟，所得之變數值，如： $\rho, u, v, w, p$ ，即為網格中心值。

以下針對正立方格提出說明：定義：上標  $n$ ，代表時間標記  $t_n = n \times \Delta t$ 。下標  $i, j, k$ ，代表位置  $(x_i, y_j, z_k)$ ，其中  $x_i = i \times \Delta x$ ， $y_j = j \times \Delta y$ ， $z_k = k \times \Delta z$ 。所以可將變數  $\rho, u, v, w, p$  作如下的表示：

$\rho_{i,j,k}^n$  代表在座標位置  $(x_i, y_j, z_k)$  及時間  $t_n$  對體積平均的流體密度值。 $u_{i,j,k}^n$  代表在座標位置  $(x_i, y_j, z_k)$  及時間  $t_n$ ，對體積平均的流線方向速度值。

$v_{i,j,k}^n$  代表在座標位置  $(x_i, y_j, z_k)$  及時間  $t_n$ ，對體積平均的跨流線方向速度值。

$w_{i,j,k}^n$  代表在座標位置  $(x_i, y_j, z_k)$  及時間  $t_n$ ，對體積平均的翼展方向速度值。

$p_{i,j,k}^n$  代表在座標位置  $(x_i, y_j, z_k)$  及時間  $t_n$ ，對體積平均的壓力值。

立方格代表一個計算體積元素，而計算體積元素的中心值以  $(i, j, k)$  來表示，由此定義立方格中點與線的座標。在計算體積元素立方格的邊界表面，分別以  $S_{i+\frac{1}{2},j,k}^n$ 、 $S_{i-\frac{1}{2},j,k}^n$ 、 $S_{i,j+\frac{1}{2},k}^n$ 、

$S_{i,j-\frac{1}{2},k}^n$ 、 $S_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n$ 、 $S_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n$  標示，其值是由

二階外差法計算得到，將之代入 MacCormack 有限差分法，即可得到中心變數值  $S_{i,j,k}^n$ ， $S_{i,j,k}^n$  代表變數值

$\rho_{i,j,k}^n$ 、 $u_{i,j,k}^n$ 、 $v_{i,j,k}^n$ 、 $w_{i,j,k}^n$ 、 $p_{i,j,k}^n$ ，此即為體積平均的基本觀念。

接下來，說明二階外差法。使用二階外差法的目的在於推得邊界上合理的表面通量，以滿足數值穩定的要求。在此，採用一巧技，以取得表面通量值，此即判別計算網路邊界上之原始變數二階外差值，其值必定介於兩相鄰計算網格的中心值之間，若不符合此條件，則採用較接近此二階外差值的網格中心值，當作二階外差值。在  $x$  方向整合三個單位立方格來解釋二階外差法的應用。當 MacCormack 有限差分法中，Predicted 部份使用 Backward Difference 時，此時要推得立方格  $S_{i,j,k}^n$ ，係以本身立方格，以及左方立方格的中心值外差而得一新值，即：

$$S_{new\ i+\frac{1}{2},j,k}^n = 1.5S_{i,j,k}^n - 0.5S_{i-1,j,k}^n$$

如果此值介於  $S_{i,j,k}^n$  與  $S_{i+1,j,k}^n$  之間，則取

$$S_{i+\frac{1}{2},j,k}^n = S_{new\ i+\frac{1}{2},j,k}^n$$

$$S_{i,j,k}^n$$
，則取  $S_{i+\frac{1}{2},j,k}^n = S_{i,j,k}^n$ ；如果此值大

$$於 S_{i+1,j,k}^n，則取 S_{i+\frac{1}{2},j,k}^n = S_{i+1,j,k}^n。$$

要推得立方格  $S_{i,j,k}^n$  上面之值

$S_{i,j+\frac{1}{2},k}^n$ ，係以本身立方格，以及下方立

方格的中心值外差而得一新值；即：

$$S_{new,i,j+\frac{1}{2},k}^n = 1.5S_{i,j,k}^n - 0.5S_{i,j-1,k}^n$$

如果此值介於  $S_{i,j,k}^n$  與  $S_{i+1,j,k}^n$  之間，則取

$$S_{i,j+\frac{1}{2},k}^n = S_{new,i,j+\frac{1}{2},k}^n$$

；如果此值小於  $S_{i,j,k}^n$  則取  $S_{i,j+\frac{1}{2},k}^n = S_{i,j,k}^n$  ；如果此值大於

$$S_{i,j+1,k}^n$$
，則取  $S_{i,j+\frac{1}{2},k}^n = S_{i,j+1,k}^n$ 。

要推得立方格  $S_{i,j,k}^n$  前面之值

$S_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n$ ，係以本身立方格，以及後方立

方格的中心值外差而得一新值，即：

$$S_{new,i,j,k+\frac{1}{2}}^n = 1.5S_{i,j,k}^n - 0.5S_{i,j,k-1}^n$$

如果此值介於  $S_{i,j,k}^n$  與  $S_{i,j,k+1}^n$  之間，則取

$$S_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n = S_{new,i,j,k+\frac{1}{2}}^n$$

；如果此值小於  $S_{i,j,k}^n$ ，則取  $S_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n = S_{i,j,k}^n$  ；如果此值大

$$於 S_{i,j,k+1}^n，則取 S_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n = S_{i,j,k+1}^n。$$

另當在 MacCormack 有限差分法中，在 Correct 部份使用 Forward

Difference 時，此時要推得立方格  $S_{i,j,k}^n$

左面之值  $S_{i-\frac{1}{2},j,k}^n$  係以本身立方格，以及

右方立方格的中心值外差而得一新

$$值，即： S_{i-\frac{1}{2},j,k}^n = 1.5S_{i,j,k}^n - 0.5S_{i+1,j,k}^n$$

如果此值介於  $S_{i,j,k}^n$  與  $S_{i-1,j,k}^n$  之間，則取

$$S_{i-\frac{1}{2},j,k}^n = S_{new,i-\frac{1}{2},j,k}^n$$

；如果此值大於  $S_{i,j,k}^n$ ，則取  $S_{i-\frac{1}{2},j,k}^n = S_{i,j,k}^n$  ；如果此值小

$$於 S_{i-1,j,k}^n，則取 S_{i-\frac{1}{2},j,k}^n = S_{i-1,j,k}^n。$$

要推得立方格  $S_{i,j,k}^n$  下面之值

$S_{i,j-\frac{1}{2},k}^n$ ，係以本身立方格，以及上方

立格的中心值外差而得一新值，即：

$$S_{i,j-\frac{1}{2},k}^n = 1.5S_{i,j,k}^n - 0.5S_{i,j+1,k}^n$$

如果此值介於  $S_{i,j,k}^n$  與  $S_{i-1,j,k}^n$  之間，則取

$$S_{i,j-\frac{1}{2},k}^n = S_{new,i,j-\frac{1}{2},k}^n$$

；如果此值大於  $S_{i,j,k}^n$ ，則取  $S_{i,j-\frac{1}{2},k}^n = S_{i,j,k}^n$  ；如果此值小

$$於 S_{i,j-1,k}^n，則取 S_{i,j-\frac{1}{2},k}^n = S_{i,j-1,k}^n。$$

要推得立方格  $S_{i,j,k}^n$  後面之值

$S_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n$ ，係以本身立方格，以及前方

立方格的中心值外差而得一新值，即：

$$S_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n = 1.5S_{i,j,k}^n - 0.5S_{i,j,k+1}^n$$

如果此值介於  $S_{i,j,k}^n$  與  $S_{i,j,k-1}^n$  之間，則取

$$S_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n = S_{new,i,j,k-\frac{1}{2}}^n$$

；如果此值大於  $S_{i,j,k}^n$ ，則取  $S_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n = S_{i,j,k}^n$  ；如果此值小

於  $S_{i,j,k-1}^n$ ，則取  $S_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n = S_{i,j-1,k-1}^n$ 。

接著，應用 MacCormack 有限差分法，在 Predicted 部份，我們對空間採用 Backward Difference 為其計算；在 Corrector 部份，我們對空間採用 Forward Difference 為其計算。

MacCormack 有限差分法如下式所示：

$$U_{i,j,k}^{n+1} = U_{i,j,k}^n + \left(\frac{\partial U}{\partial t}\right)_{AV} \Delta t$$

$$\bar{U}_{i,j,k}^{n+1} = U_{i,j,k}^n - \frac{\Delta t}{\Delta X} (E_{i,j,k}^n - E_{(i-1),j,k}^n) - \frac{\Delta t}{\Delta Y} (F_{i,j,k}^n - F_{i,(j-1),k}^n) - \frac{\Delta t}{\Delta Z} (G_{i,j,k}^n - G_{i,j,(k-1)}^n)$$

$$U_{i,j,k}^{n+1} = \frac{1}{2} [U_{i,j,k}^n + \bar{U}_{i,j,k}^{n+1} - \frac{\Delta t}{\Delta X} (\bar{E}_{(i+1),j,k}^{n+1} - \bar{E}_{i,j,k}^{n+1}) - \frac{\Delta t}{\Delta Y} (\bar{F}_{i,(j+1),k}^{n+1} - \bar{F}_{i,j,k}^{n+1}) - \frac{\Delta t}{\Delta Z} (\bar{G}_{i,j,(k+1)}^{n+1} - \bar{G}_{i,j,k}^{n+1})]$$

如此解得  $U_{i,j,k}^{n+1}$ ，可得到一系列的變數值，如： $\rho_{i,j,k}^{n+1}$ 、 $u_{i,j,k}^{n+1}$ 、 $v_{i,j,k}^{n+1}$ 、 $w_{i,j,k}^{n+1}$ 、 $p_{i,j,k}^{n+1}$ 。

### 3. Godunov 方法

Godunov 方法的基本概念，在於使用氣體動力學方程式，配合片段時刻為常數之初始值，並且將兩相鄰網格視為一震波管 (Shock Tube) 的形態，以解 Riemann Problem 的方式來解得真實解，構成整個差分方程式。由於採用 Riemann Problem 的方式來求解，使得 Godunov 方法具有特徵線 (Characteristics) 的特性。因此，

Godunov 方法即採用 Riemann 不變量，伴隨著時間的演進來求解。

在本研究中，數值計算的另外一個主要部份，即由 Godunov 方法配合有限體積法所組成。由於 Godunov 方法屬於一階精度，應用上為了提升 Godunov 方法數值計算的精確性，所以，採取二階外差法，先取得網格邊界的數值通量作為進一步解 Riemann Problem 的基礎，以提升 Godunov 方法為二階精度，其方式如下：

在 X 軸方向：

$$S_{Left}^n = 1.5S_{i-1,j,k}^n - 0.5S_{i-2,j,k}^n$$

$$S_{Right}^n = 1.5S_{i,j,k}^n - 0.5S_{i+1,j,k}^n$$

在 Y 軸方向：

$$S_{Down}^n = 1.5S_{i,j-1,k}^n - 0.5S_{i,j-2,k}^n$$

$$S_{Top}^n = 1.5S_{i,j,k}^n - 0.5S_{i,j+1,k}^n$$

在 Z 軸方向：

$$S_{In}^n = 1.5S_{i,j,k-1}^n - 0.5S_{i,j,k-2}^n$$

$$S_{Out}^n = 1.5S_{i,j,k}^n - 0.5S_{i,j,k+1}^n$$

再取  $S_{Left}^n$ 、 $S_{Right}^n$ 、 $S_{Down}^n$ 、 $S_{Top}^n$ 、

$S_{In}^n$ 、 $S_{Out}^n$  為新值解 Riemann Problem，

並且應用 Godunov 的崩潰分析公式 (Breakdown Formula)，重新決定一組

全新的網格邊界數值通量  $S_{i+\frac{1}{2},j,k}^n$ 、

$S_{i-\frac{1}{2},j,k}^n$ 、 $S_{i,j+\frac{1}{2},k}^n$ 、 $S_{i,j-\frac{1}{2},k}^n$ 、 $S_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n$ 、

$S_{i,j,k-\frac{1}{2}}^n$  最後利用有限差分法 (選用

MacCormack 有限差分法)，對時間做演進計算，解得一系列的網格中心變數值： $\rho_{i,j,k}^{n+1}$ 、 $u_{i,j,k}^{n+1}$ 、 $v_{i,j,k}^{n+1}$ 、 $w_{i,j,k}^{n+1}$ 、 $p_{i,j,k}^{n+1}$ 。

有關 Godunov 所提出的崩潰分析公式 (Breakdown Formula)，請參考 ref.4。

#### 4. 反應時間

使用 MacCormack 有限體積差分法，必須考慮數值穩定的條件 (Numerical Stability)。因此，每一個時間步階 (Time Step) 的選擇， $\Delta t$  必須滿足如下之經驗公式 (Tannehill et al., 1975)，使其在穩定的條件下進行演算：

$$\Delta t \leq \frac{\sigma \times \min(\Delta t)_{CFL}}{1 + 2/\text{Re}_\Delta}$$

其中：

$\sigma$ ：為安全因子，在本研究中選用 0.9 作為其值。

$\min(\Delta t)_{CFL}$ ：代表對每一個計算網格求其  $(\Delta t)_{CFL}$  值，選取這些  $\Delta t$  值，並取其最小值。 $(\Delta t)_{CFL}$  值為非黏性之 CFL 條件 (MacCormack, 1971)，求法如下：

$$(\Delta t)_{CFL} \leq \left( \frac{|u|}{\Delta x} + \frac{|v|}{\Delta y} + \frac{|z|}{\Delta z} + a \times S_{xyz} \right)^{-1}$$

其中：

$$S_{xyz} = \sqrt{\frac{1}{(\Delta X)^2} + \frac{1}{(\Delta Y)^2} + \frac{1}{(\Delta Z)^2}}$$

$$a = \sqrt{\frac{\mathcal{P}}{\rho}}$$

$\alpha$ ：代表局部音速。

$$\text{Re}_\Delta = \min(\text{Re}_{\Delta x}, \text{Re}_{\Delta y}, \text{Re}_{\Delta z})$$

$$\text{Re}_{\Delta x} = \frac{\rho|u|\Delta x}{\mu}, \quad \text{Re}_{\Delta y} = \frac{\rho|v|\Delta y}{\mu},$$

$$\text{Re}_{\Delta z} = \frac{\rho|w|\Delta z}{\mu}$$

使用 Godunov 方法作有限體積差分方法時，在每一個時間步階最重要的是必須滿足 Riemann Problem 在相鄰網格邊界上，其解之值不交互影響的基本原則，以避免造成相互反應，增添 Riemann Problem 的複雜性。而在本研究的數值方法中，使用 MacCormack 有限體積差分法的穩定條件所產生的  $\Delta t$ ，就可以相對的滿足 Godunov 方法中應用 Riemann Problem 的基本原則。

#### 5. 數值模型

本研究由二維數值模式開始發展，並進一步擴展成為三維模式。因此，將探討的數值模型分為二維部份及三維部份。

二維部份，利用具對稱方形肋條之矩形管道為模型，管道全長 (X 方向) 為 5 倍水力直徑，方形肋條的大小採用寬高比 1:1 比例，寬度 W 為 1/4 倍水力直徑，高度 H 為 1/4 倍水力直徑。並且使其平均分布於管道中。分布方式採用 1 個方形肋條的寬度為單位，10 個單位為一分布週期  $\text{Pi}=10$ 。其計算雷諾數為  $\text{Re}=25000$ ，設計的目的在於與現有的實驗作比較。另外，利用具單邊方形肋條之矩形管道為模型，管道全長 (X 方向) 為 10 倍水力直徑。此設計目的在於節省計算時間，以利用分不同雷諾數、不同肋條間距條件下，流場及熱傳特性。

三維部份，採取單一肋條之矩形管道為模型，管道長度 (X 方向) 為

2.5 倍水力直徑，高度（Y 方向）為 1 倍水力直徑，寬度（Z 方向）為 1 倍水力直徑。管道中肋條的大小及分布，採寬高 1：1 的比例，寬度 W（X 方向）為 1/4 倍水力直徑，高（Y 方向）度 H 為 1/4 倍水力直徑，深度（Z 方向）為 1 倍水力直徑，位於管道中央。此外，亦模擬電子元件的排列方式，管道長度（X 方向）為 5 倍水力直徑，高度（Y 方向）寬度（Z 方向）比例為 3：4。管道中三個電子元件的大小及分布，採用長（X 方向）高（Y 方向）寬（Z 方向）比 3：3：1 的比例。

#### 6. 數值模擬假設

數值模擬中，為了簡化問題以方便計算，並使其不失於真實流暢狀況，我們做了以下幾個假設：

1. 流體性質為可壓縮流。
2. 探討範圍屬於大渦旋尺度。
3. 假設流體性質符合牛頓支黏性定律。
4. 假設流體性質符合理想氣體。
5. 假設內流場管道壁面性質屬於完全平滑。
6. 不考慮熱輻射的影響。
7. 二維流場的邊界條件

對於二維流場的計算，在計算容量允許下，我們取較長的管道做模擬。在管道的入口（Inflow）流體以次音速流入。因此，入口的邊界條件必須要能反應下游所引起的擾動。此時採用的邊界條件，係使得質量流量及能量均為定值常數。使用數學方式表達可將此二式寫為：

$$\rho u = C_1$$

$$\left(\frac{\gamma}{\gamma-1}\right)\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}(u^2 + v^2) = C_2$$

其中：C<sub>1</sub>及 C<sub>2</sub>是由初始條件所決定。

其次，在管道入口的溫度方面，為了模擬入口流體冷卻管道內受熱流場的情況。本研究使用等溫的入口條件，並採用入口溫度為 86% 的壁面溫度：

$$T_e = 86\%T_{wall}$$

對於具方形肋條的管道內，上板（Top）及下板（Down）包含肋條，其性質屬於固定不動的固體面牆（Solid Wall）。所以，模擬時採用非滑動的條件（No-slip Condition）作為邊界條件。在與壁面接觸點的邊界上，導入如下之條件：

流線方向（X 軸方向）速度：

$$u = u_{wall} = 0$$

跨流線方向（Y 軸方向）速度：

$$v = v_{wall} = 0$$

溫度： $T = T_{wall} = \text{constant}$

在管道的出口（outflow）的邊界條件方面，因流體以次音速流出，本研究假設流出流在經過一合理的長度距離之後，流出流的壓力 P 將釋放入大氣壓，而對於其他出口邊界值 u、v、T，皆由一階外差獲得。

#### 8. 三維流場的邊界條件

由於三維流場的數值模擬計算，需要的格點數較多，在計算容量的允許下，只能討論較短的管道作為模擬。因此，為了獲得合理的數值模擬結果，本研究以改變出口邊界條件的方式，來取得合理的數值模擬結果。

在管道的入口（Inflow），流體以次音速流入。因此，採用與二維管道相當的入口的邊界條件，使質量流量

及能量均能為定值常數，如下：

$$\rho u = C_1$$

$$\left(\frac{\gamma}{\gamma-1}\right)\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + \omega^2) = C_2$$

其中： $C_1$ 及 $C_2$ 是由初始條件所決定。

在管道入口的溫度方面採用：

$$T_e = 86\%T_{wall}$$

對於三維具方形肋條或阻塊的管道內，上板 (Top)、下板 (Down) 包含肋條或阻塊，及前板 (Out)、後板 (In)，其性質均屬於固定不動的固體面牆 (Solid Wall)。所以，模擬時採用非滑動的條件 (No-slip Condition) 作為邊界條件。在與壁面接觸點的邊界上：流線方向 (X 軸方向) 速度： $u = u_{wall} = 0$  跨流線方向 (Y 軸方向) 速度： $v = v_{wall} = 0$

翼展方向 (Z 軸方向) 速度： $\omega = \omega_{wall} = 0$

溫度： $T = T_{wall} = \text{constant}$

管道的出口 (outflow)，由於模擬的管長不夠，流體尚在發展階段。因此，在出口邊界條件方面，基於流體以次音速流動，所以採用二階外差方式，再配合判別式的應用，以得到所要模擬流場的出口邊界條件。

#### IV. 研究結果分析

因限於篇幅 2D 的結果不作詳細說明，圖 A 表示 2D 邊凸出阻塊管道 (Re=25000) 實驗與數值模擬等 Vorticity 線之比較，二者極為相似，圖 B 為 3D 具單邊肋條 (Re=52800) 之瞬間流場情況，表示等渦度 ( $\omega_z$ ) 線。在肋條之後，流場受到肋條的作用產生擾動，渦旋排列呈現不規則分布，逐漸發展成紊流流場。以 Kelvin-Helmholtz 不穩定性的觀點分析，在肋條前，流場特性屬於二維的層流發展性質，渦

度 ( $\omega_z$ ) 渦旋分布相似性高。但在肋條後流場，Kelvin-Helmholtz 不穩定性逐漸放大，流場渦旋分布朝向翼展方向發展，渦度 ( $\omega_z$ ) 窩旋分布表現三維特性，造成肋條後暫態渦度 ( $\omega_z$ ) 切面之窩旋流場較無相似性。

沿著流線方向 (Streamwise)，觀察暫態渦度 ( $\omega_x$ ) 數值切面渦旋分布的情形可看出渦旋的生成發展，在肋條之前 y-z 平面渦旋數量較少，而在肋條後 y-z 平面渦旋的數量顯著增加。

觀察三維平均分布，觀察發現平均溫度場以  $Z/A=0.00$  成對稱分布，在肋條之前溫度場的分布相當均勻，在肋條之後的區域溫度場的分布較不均勻，因此可以分隔熱力條件在層流發展區及紊流發展區的性質。基本上平均溫度場，隨著流場的擾動性質而分布。此外，藉由  $Z/A$  不同的位置，於管道的入口區域可以看出溫度邊界層的發展分布符合自然法則。

沿 X 軸方向剖面之平均溫度分布隨著渦旋的分布情形分為左右兩股，當通過肋條後流場擾動性增強，以致於在在模擬段的尾端，下層流場的溫度分布愈趨均勻。

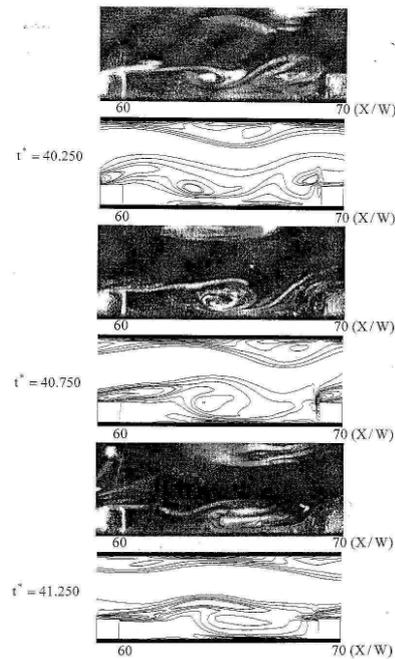
三維與二維平均溫度分布，其特性相當。在第一個肋條後方都存在較高溫度累積的情形，此相互映證第一個肋條後方為熱傳性質較差的區域。

#### V. 結論

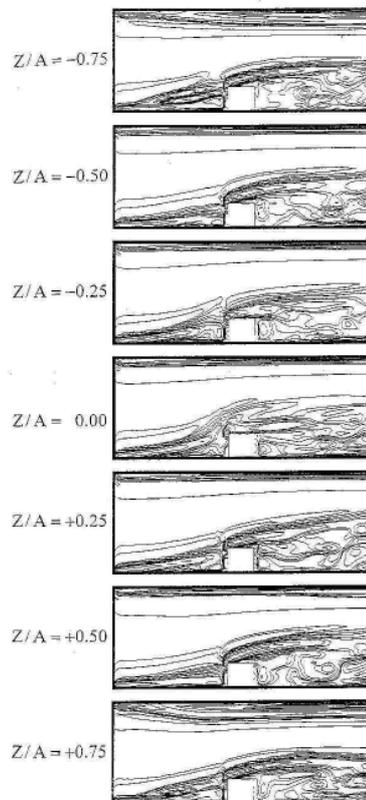
1. 具肋條的管道中，每一個肋條的前緣都是一個分離剪切層流的成場區域
2. 具肋條的管道中，紊流擾動的特性加強了流體與肋條及管道壁面的交互作用，致使渦旋捲起

(Vortex Rolling)。

3. 具肋條的管道中，渦漩相對於肋條的尺寸較小，則渦漩以消散的方式進行傳遞；渦漩相對於肋條的尺寸較大，則渦漩以消散及向上爬升的方式進行傳遞。
4. 三維單邊肋條管道，在肋條前，流場特性上屬於二維的發展性質；在肋條後，渦漩的分布具有三維特性，此符合 Kelvin-Helmholtz 不穩定性。
5. 具肋條的管道中，因管道流場上游的流場擾動性弱，造成渦漩結構生成的位置延後，使得第一個肋條後產生大範圍局部熱傳較差的區域。
6. 具肋條的管道中，溫度邊界層的成长，隨著渦漩攜帶熱的能力越往下游越趨於飽和，邊界層的厚度也越厚。
7. 每一個肋條後根部的地方，都有一個局部熱傳性質差的熱點，此為大渦漩結構無法深入到達的位置。
8. 三維具方形阻塊管道模型中，迴流區內平均溫度分布值較高，此為熱傳不良區域。
9. 三維具方形阻塊管道模型中，溫度場發展的趨勢與速度向量趨勢一致，得知渦漩扮演熱傳遞的角色。



圖A 比較二維單邊凸出阻塊管道 $Re=25000$ 實驗之管道中心 雷射切面流視法圖形，與數值模擬Vorticity等值線圖



圖B 三維具單邊肋條管道 $Re=52800$ ， $t^* = 15$ 之渦度 ( $\omega_z$ ) 等值線圖

## 參考文獻

1. Tsai, Y. P., and Christiansen, W. H., 1990, "Two-dimensional Numerical Simulation of Shear-Layer Optics," AIAA Journal, Vol.28, No.12, pp. 2092-2097.
2. Tsai, Y. P., and Christiansen, W. H., 1991, "A Computational Fluid Dynamics Code for the Investigation of Free-Shear-Layer Optics," Eighth Symposium on Turbulent Shear Flows, Technical University of Munich September 9-11.
3. MacCormack, R. W., 1969, "The Effect of Viscosity in Hypervelocity Impact Cratering," AIAA Paper, 69-354.
4. Godunov, S. K., 1959, "A Difference Method for Numerical Calculation of Discontinuous Solution of the Equations of Hydrodynamic," Mathem.,Sb.47, No.3,pp.271-306.
5. Tsai, Y. P., and Chen, B. J., 1996, "Numerical Simulation of 3-D Free Shear Layer," Transactions of the Aeronautical and Astronautical Society of Republic of China," Vol.28, No.4,pp.325-332.
6. Murata, A., and Mochizuki, S., 2000, "Large Eddy Simulation with a Dynamic Subgrid-scale Model of Turbulent Heat Transfer in an Orthogonally Rotating Rectangular Duct with Transverse Rib Turbulators," International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.43, pp.1243-1259.
7. Hwang, R. R., and Yao, C. C., 1997, "A Numerical Study of Vortex Shedding From a Square Cylinder With Ground Effect," Transactions of the ASME, Vol.119.
8. Acharya, S., Dutta, S., Myrum, T.A., and Baker, R. S. 1993, "Periodically Developed Flow and Heat Transfer in a Ribbed Duct," International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.36,No.8,pp.2069-2082.
9. Acharya, S., Myrum, T., Qiu, X., and Sinha, S., 1996, "Developing and Periodically Developed Flow, Temperature and Heat Transfer in a Ribbed Duct," International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.40, No.2, pp.461-479.
10. Labbe, O., Ryan, J., and Sagaut, P., 1999, "Direct Numerical Simulation of Flow in a Ribbed Channel," International Journal of Computational Fluid Dynamic, Vol.11, pp.275-284.
11. Tsai, J. P., and Hwang, J. J., 1999, "Measurements of Heat Transfer and Fluid Flow in a Rectangular duct with Alternate Attached-detached Rib-arrays," International Journal of Heat and Mass Transfer, Vol.42, pp.2071-2083.
12. Anderson, D.A., Tannehill, J. C., and Pletcher, R.H., 1984, "Computational Fluid Mechanics and heat Transfer," McGraw-Hill.