

行政院國家科學委員會專題研究計畫 期末報告

反常擴散與湍致無序之耦合效應對棘輪定向傳輸的影響

計畫類別：個別型
計畫編號：NSC 101-2221-E-216-014-
執行期間：101年08月01日至102年07月31日
執行單位：中華大學機械工程學系

計畫主持人：陳俊宏

計畫參與人員：碩士班研究生-兼任助理人員：陳仲凱
碩士班研究生-兼任助理人員：張正君

公開資訊：本計畫可公開查詢

中華民國 102年11月06日

中文摘要：針對確定性棘輪的研究文獻，大都針對經整數階微分阻尼系統在週期性外力振幅下，研究粒子定向傳輸以及逆流現象。本計劃研究分數階微分阻尼下，外力振幅及外力頻率對確定性棘輪粒子傳輸的運動行為之效應，藉以探討反常擴散對確定性棘輪運動行為的影響。文中並針對分數階微分阻尼之確定性棘輪系統進行定向傳輸之同步與控制。模擬結果證明分數階微分的確定性棘輪系統對於改變外力振幅的效應會比改變頻率的效應更為明顯，亦證明出經分數階微分後的確定性棘輪系統之同步可行性，且可顯示出在反常擴散下確定性棘輪系統是可以達到控制或逆流的現象。

中文關鍵詞：確定性棘輪、分數階微分、定向傳輸、同步現象、反常擴散

英文摘要：During the past decades, researchers focus the directed transport and current reversal phenomena for deterministic ratchet with integer-order derivative damping. This thesis investigates the dynamic behavior of a deterministic ratchet with fractional-order derivative damping to study the effect of anomalous diffusion on directed transport in ratchet systems. Besides, the control and synchronization between ratchets are also studied. Simulation results show that the effect of changing external force amplitude on directed transport in fractional-derivative damping system is more distinct than that of changing external force frequency. Synchronization and control between ratchets are demonstrated to be effective by using active control. Current reversals are more pronounced under the effect of anomalous diffusion in a deterministic ratchet.

英文關鍵詞：deterministic ratchet, fractional derivative, directed transport, synchronization, anomalous diffusion.

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫

期中進度報告

期末報告

反常擴散與湍致無序之偶合效應對棘輪定向傳輸的影響

計畫類別：個別型計畫 整合型計畫

計畫編號：NSC 101-2221-E-216-014

執行期間：2012年8月1日至2013年7月31日

執行機構及系所：中華大學機械工程學系

計畫主持人：陳俊宏

共同主持人：

計畫參與人員：張正君，陳仲凱

本計畫除繳交成果報告外，另含下列出國報告，共 ____ 份：

移地研究心得報告

出席國際學術會議心得報告

國際合作研究計畫國外研究報告

處理方式：除列管計畫及下列情形者外，得立即公開查詢

涉及專利或其他智慧財產權，一年二年後可公開查詢

中華民國 103 年 10 月

目錄

1. 摘要	1
1.1 中文摘要	1
1.2 英文摘要	1
2. 緒論	1
3. 棘輪運動	2
3.1 方程式模型	2
3.2 棘輪系統之多粒子運動行為	3
3.3 主動與從動棘輪系統	3
3.4 控制器設計	4
4. 結果與討論	4
4.1 確定性棘輪具分數階微分阻尼之傳輸現象	4
4.2 確定性棘輪具分數階微分阻尼之同步	7
5. 結論	13
6. 計畫成果自評	13
參考文獻	13

1. 摘要

1.1 中文摘要

針對確定性棘輪的研究文獻，大都針對經整數階微分阻尼系統在週期性外力振幅下，研究粒子定向傳輸以及逆流現象。本計劃研究分數階微分阻尼下，外力振幅及外力頻率對確定性棘輪粒子傳輸的運動行為之效應，藉以探討反常擴散對確定性棘輪運動行為的影響。文中並針對分數階微分阻尼之確定性棘輪系統進行定向傳輸之同步與控制。模擬結果證明分數階微分的確定性棘輪系統對於改變外力振幅的效應會比改變頻率的效應更為明顯，亦證明出經分數階微分後的確定性棘輪系統之同步可行性，且可顯示出在反常擴散下確定性棘輪系統是可以達到控制或逆流的現象。

關鍵詞：確定性棘輪、分數階微分、定向傳輸、同步現象、反常擴散

1.2 英文摘要

During the past decades, researchers focus the directed transport and current reversal phenomena for deterministic ratchet with integer-order derivative damping. This thesis investigates the dynamic behavior of a deterministic ratchet with fractional-order derivative damping to study the effect of anomalous diffusion on directed transport in ratchet systems. Besides, the control and synchronization between ratchets are also studied. Simulation results show that the effect of changing external force amplitude on directed transport in fractional-derivative damping system is more distinct than that of changing external force frequency. Synchronization and control between ratchets are demonstrated to be effective by using active control. Current reversals are more pronounced under the effect of anomalous diffusion in a deterministic ratchet.

Keywords: deterministic ratchet, fractional derivative, directed transport, synchronization, anomalous diffusion.

2. 緒論

近年來許多學者針對非線性系統的傳輸現象做出相當重要的研究，廣泛地運用在各領域上，如工程、科學、物理或者是生化方面。而所謂的棘輪(ratchet)在生醫工程更是有相當的潛力，其應用於奈米尺度、分子馬達、生物傳輸等皆為生醫領域重要的方向。棘輪是指粒子在一個不對稱的週期性位能面下受到一個平均為零而隨時間變化的外力所作用，使得粒子往單向運動產生淨流(net current)，此重要理論是由 Feynman[1]所提出。分數階微分之研究已有相當悠久的歷史，尤其在近幾年更是受到相當的重視。其應用於物理及工程方面也相當的多，如黏彈性系統、動力學系統、訊號處理、系統控制...等[3-4]，在工程領域中，已顯示出許多分數階微分動態系統更優於整數階微分動態系統，使得分數階微分系統更是引起了各界廣大的興趣。

關於棘輪模型的研究，依是否有無受到時間平均值為零的干擾力(外力)來區分，可分為兩種類型的棘輪模型：熱棘輪(thermal ratchet)與確定性棘輪(deterministic ratchet)。熱棘輪也可稱為布朗棘輪(Brownian ratchet)，是指以熱擾動程序來控制及用來產生定向傳輸的運動及做機械能或電能的功。在生物學當中，許多細胞內的蛋白質分子馬達[5-7]實際上即是一種布朗馬達(Brownian motor)。棘輪模型解釋了其分子馬達的運動方式，像是肌球蛋白(myosin)如何以肌動蛋白(actin)為線性軌

道，使其運動而產生肌肉收縮；驅動蛋白(kinesin)如何以微管蛋白(tubulin)為軌道，在微管(microtubule)中運動完成細胞內外傳質功能等。而除了分子馬達之外，棘輪還具有許多的應用範圍，如量子棘輪(quantum ratchet)[8]、表面電遷移(surface electromigration)[9]、約瑟夫森結(coupled Josephson junctions)[10]以及在超導體(superconductors)中利用棘輪效應來減低渦流密度(vortex density)[11]。

在文獻的研究中提到棘輪由於缺乏隨機熱擾動力，其粒子移動在非對稱的週期性能中受到一個空間一致而時間平均為零的外力，讓粒子進行所謂單向運動的淨流(net current)，此種棘輪運動行為稱為確定性棘輪(deterministic ratchet)。

某些分子馬達的定向傳輸非熱擾動機制所引起，像是驅動蛋白(kinesin)，其運動方式和動力蛋白(dynein)一樣，以微管所構成的軌道而進行滑行運動，與可以朝微管兩極運動的動力蛋白有些不一樣，一種驅動蛋白只能朝一個方向運動即為定向傳輸[12]，如驅動蛋白-1(kinesin-1)可以沿著微管的正極運動，而另一些驅動蛋白則沿著負極運動，可在細胞內進行傳輸作用。又例如肌球蛋白(myosin)，其大多數肌球蛋白分子由頭部、頸部和尾部所組成，而頭部用於連接纖維狀的肌動蛋白(actin)，利用 ATP(adenosine triphosphate)水解產生的作用力沿纖維絲向正端行走。對於上述這些分子馬達的運動機制，更適宜以確定性棘輪模型來進行模擬。

經文獻中的研究所指出，依阻尼力的大小可分成過阻尼棘輪與欠阻尼棘輪。大多數模型到目前為止，對於處理在過阻尼系統的情況下，由於有限粒子的質量及其運動會受到阻尼力強烈的影響，因此通常會將其慣性項效應(inertia effect)忽略。在 Jung 等人[13]的研究中，指出關於一個在週期性能面下確定性棘輪振動的有限慣性之影響。這些學者認為在確定性外力的情況下干擾是不存在的[14-17]。而欠阻尼系統則是將慣性項的效應考慮進來，所以又稱為慣性棘輪(inertia ratchet)。慣性項擁有規律以及渾沌動力學的可能性，且這確定性所引起的渾沌可以模擬出干擾的作用。Mateos[18]研究指出通過分岔圖和粒子流之間的比較，確定出反向粒子流的產生是一個從渾沌運動到週期運動下之間的分岔點(bifurcation)，當接近這個分岔點，所觀察到的運動軌跡，透露出間歇性渾沌(intermittent chaos)和反常確定性擴散(anomalous deterministic diffusion)。在一般情況下，這些棘輪具有一個經典的渾沌動力學使其修改顯著的傳輸性質[13,18-22]。例如，單一反向粒子流和多個反向粒子流已被歸因於分岔結構的變化。此外，在確定性棘輪中渾沌動力學的含義，近來已在量子領域獲得解決，以及可與量子渾沌之結合[23]。

兩個耦合渾沌棘輪(coupled chaotic ratchets)的同步(synchronization)近來已受到許多的學者關注及研究，認為耦合棘輪的同步可以提供有關慣性棘輪之傳輸特性的一些訊息[24-27]。1990年 Pecora 和 Carroll[28]開創進行了耦合或驅動非線性振盪器的同步現象，之後其理論和實驗即受到廣泛的研究。渾沌的同步是緊密地關係到控制理論(control theory)中的觀察者問題[29]。該問題可能被視為對於全面渾沌觀察者(從動系統)之控制法的設計，利用已知的機器設備訊息(主動系統)，以便確保受控的接收機與機器設備同步。因此，在時間上之使用過程中從動系統會追溯至主動系統之動態。Vincent 及 Laoye[30]證明出兩個相同的慣性棘輪在兩個方向上傳輸粒子可以進行同步，使得兩個棘輪傳輸粒子於所需的方向上。

近年來出現許多研究分數階渾沌系統的控制及動態之趨勢，證明出非線性渾沌系統當其模型為分數階微分時可保持其渾沌特性，渾沌控制已成功地被研究用於分數階渾沌系統。Li 和 Peng[31]利用分數階微分方法，發現渾沌現象存在於分數階 Chen's 系統，並建構了相關之相圖。Shahiri 等人[32]針對分數階 Coulet 渾沌系統進行控制與同步的研究，證明主動控制方法(active control method)藉由控制參數(K_i)適當地選擇，使主動系統和從動系統會進行同步。董子慶[38]針對具時變位能場的棘輪模型，研究粒子的定向傳輸現象，及探討改變週期外力頻率對確定性棘輪粒子運動的影響，發現具時變位能場之棘輪除了能應用於粒子傳輸外，還可用以解釋實驗中流場發生逆流的現象。

以上方法均各別探討確定性棘輪效應及分數階微分渾沌系統之控制與同步，而此效應的耦合方法仍未被探討過。故希望可探討出用於分數階系統的重要意義。因此計畫以分數階微分及渾沌觀念導入確定性棘輪模型中，探討此效應耦合下其系統動態特性，並以主動控制方法進行經分數階微分後的確定性棘輪之同步。另外計畫也進行了對於改變週期性外力及頻率於確定性棘輪模型，探討其粒子運動行為的特性。最後希望綜合以上各種方法，嘗試研究出棘輪的粒子定向傳輸現象，並將其進行粒子同步後之模擬結果驗證其可行性。

本計畫首先在位能面下改變經分數階微分後的確定性棘輪其頻率與外力，並利用 FORTRAN 數值計算程式進行模擬，探討其不同的頻率與外力之粒子流運動行為。其次，再透過主動控制技術，於不同的初始條件下檢查兩個相同系統參數經分數階微分後的確定性棘輪之同步行為，並探討其同步特性以證明在確定性棘輪之定向傳輸可以反轉或受控制。

3. 棘輪運動

3.1 方程式模型建立

本計畫首先考慮棘輪模型的運動數學模型。Bao[36-37]探討出反常擴散對於棘輪模型下的定向傳輸之影響，粒子在不對稱的位能面影響下，受到一個對時間平均為零的外力所作用。以分數階微分的阻尼力來代替阻尼項，其粒子的運動平衡方程式可表示為：

$$m\ddot{x} + \gamma D^\alpha x + \frac{dV(x)}{dx} = F_0 \cos(\omega_p t) \quad (1)$$

其中 $D^\alpha x$ 為 x 對時間之分數階微分。當 $\alpha \neq 1$ 則稱為反常擴散。而反常擴散可分成當 $0 < \alpha < 1$ 可表示為次擴散(subdiffusion)行為，而當 $1 < \alpha < 2$ 可表示為超擴散(superdiffusion)行為， $\alpha = 2$ 可表示為彈道傳輸(ballistic transport)。分數階微分有相當多種定義，在此我們舉 Caputo 的分數微分定義[4,34-35]表示如下：

$$D^\alpha x(t) = I^{2-\alpha} D^2 x(t) \quad (2)$$

其中分數積分 I^α ，若 $\alpha > 0$ 則定義為：

$$I^\alpha x(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-u)^{\alpha-1} x(u) du \quad (3)$$

在方程式(2)中的 z 會滿足 $z-1 < \alpha \leq z$ ，其中 z 是為整數。方程式(1)中 $V(x)$ 為棘輪位能，此項一般是為一個隨空間週期性變化但每一週期不對稱之位能。而棘輪位能在本計劃中我們可表示為：

$$V(x) = \left\{ V_1 - V_0 \sin \frac{2\pi(x-x_0)}{L} - \frac{V_0}{4} \sin \frac{4\pi(x-x_0)}{L} \right\} \quad (4)$$

其中 L 是位能面的週期、 V_0 是振幅、 V_1 是任意常數、 x_0 是最低點之位能量位置。而我們將方程式(8)以下面參數加以無因次化單位來分別表示：

$$x^* = x/L, \quad x_0^* = x_0/L, \quad t^* = \omega_0 t, \quad (5)$$

其中 ω_0 與 δ 表示為：

$$\omega = \omega_p / \omega_0, \quad b = \gamma / m\omega_0, \quad a = F_0 / mL\omega_0^2 \quad (6)$$

將方程式(3)作無因次化後其運動方程式可改寫成表示如下(忽略*號)：

$$\ddot{x} + bD^\alpha x + \frac{dV(x)}{dx} = a \cos(\omega t) \quad (7)$$

其中 b 為阻尼參數、 a 為外力振幅、 ω 為外部驅動力的頻率。而無因次化後的位能可寫成表示如下：

$$V(x) = C - \frac{1}{4\pi^2\delta} \left[\sin 2\pi(x-x_0) + \frac{1}{4} \sin 4\pi(x-x_0) \right] \quad (8)$$

其中 C 和 δ 為常數且在此表示為 $C = 0.0173$ 和 $\delta = 1.600$ 。

計畫中為了探討出反常擴散對於確定性棘輪模型下的定向傳輸之影響，所以將分數階微分的概念引進所使用的無因次化後之運動方程式(7)。根據上節所探討的反常擴散行為，當 $0 < \alpha < 1$ 為次擴散(subdiffusion)行為時，而我們則可將方程式(7)改寫如下：

$$D^\alpha x = y; \quad D^{1-\alpha} y = z; \quad D^1 z = a \cos(\omega t) - by - \frac{dV(x)}{dx} \quad (9)$$

當 $1 < \alpha < 2$ 為超擴散(superdiffusion)行為時，這時的方程式(12)則被改寫如下：

$$D^1 x = y; \quad D^{\alpha-1} y = z; \quad D^{2-\alpha} z = a \cos(\omega t) - bz - \frac{dV(x)}{dx} \quad (10)$$

3.2 棘輪系統之多粒子運動行為

在探討棘輪粒子的運動行為時，因考慮到其改變參數後之不同的起始位置與速度於混亂無序的確定性棘輪中，所以先研究每個粒子流的運動行為，再利用統計理論來探討出其棘輪系統粒子流[19]。首先定義系統多粒子在任一時間的平均速度。假設粒子的個數為 M ，而在任一時間的平均速度 v_j 則定義為：

$$v_j = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \dot{x}_i(t_j) \quad (11)$$

其中 t_j 為固定之任一時間。

為了取時間平均值，所以採用一個離散時間的數值解來計算出其平均粒子流。假設有 N 段離散時間，而平均粒子流則定義為：

$$J = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N v_j \quad (12)$$

最後再綜合方程式(11)與(12)，則可以得出多粒子流的定義為：

$$J = \frac{1}{M} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \dot{x}_i(t_j) \quad (13)$$

3.3 主動與從動棘輪系統

為了實現讓兩個不同的棘輪系統可以達到同步與控制，首先採用了主動控制技術，設定兩個棘輪系統的不同系統參數於確定性棘輪，並試著改變不同的初始條件觀察其運動行為。

首先考慮了兩個棘輪系統，其設計配置如主動棘輪設計其下標為 1，從動棘輪設計其下標為 2，其次並設計使主動棘輪控制從動棘輪。若是所設計的系統是當 $0 < \alpha < 1$ 時，而根據方程式(9)，在此我們將主動棘輪系統表示如下：

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{主棘輪: } D^\alpha x_1 = y_1; \quad D^{1-\alpha} y_1 = z_1; \quad D^1 z_1 = a \cos(\omega t) - by_1 - \frac{dV(x_1)}{dx_1} \\ \text{從棘輪: } D^\alpha x_2 = y_2 + u_1(t); D^{1-\alpha} y_2 = z_2 + u_2(t); D^1 z_2 = a \cos(\omega t) - by_2 - \frac{dV(x_2)}{dx_2} + u_3(t) \end{array} \right. \quad (14)$$

若是所設計的系統是當 $1 < \alpha < 2$ 時，而根據方程式(10)，而此時的棘輪系統表示如下：

$$\begin{cases} \text{主棘輪: } D^1 x_1 = y_1; & D^{\alpha-1} y_1 = z_1; & D^{2-\alpha} z_1 = a \cos(\omega t) - b z_1 - \frac{dV(x_1)}{dx_1} \\ \text{從棘輪: } D^1 x_2 = y_2 + u_1(t); & D^{\alpha-1} y_2 = z_2 + u_2(t); & D^{2-\alpha} z_2 = a \cos(\omega t) - b z_2 - \frac{dV(x_2)}{dx_2} + u_3(t) \end{cases} \quad (15)$$

其中方程式(14)與(15)的 $u_1(t)$ 、 $u_2(t)$ 和 $u_3(t)$ 是待設計的控制函數。

3.4 控制器的設計

設計好所要採用的棘輪系統後，再來就是設計其控制函數，使之達到主動系統控制從動系統的機制，此亦為主動控制技术最重要的環節，因如此才能使兩個棘輪系統實現同步與控制。

為了估算控制函數，將從動系統減去主動系統，可得主動系統與從動系統之間的差異，其表示如下：

$$x_3 = x_2 - x_1; \quad y_3 = y_2 - y_1; \quad z_3 = z_2 - z_1 \quad (16)$$

所以若是從方程式(14)則可以定義誤差系統為：

$$D^\alpha x_3 = y_3 + u_1(t); \quad D^{1-\alpha} y_3 = z_3 + u_2(t); \quad D^1 z_3 = -b y_3 - \frac{dV(x_2)}{dx_2} + \frac{dV(x_1)}{dx_1} + u_3(t) \quad (17)$$

而若是從方程式(15)則可以定義誤差系統為：

$$D^1 x_3 = y_3 + u_1(t); \quad D^{\alpha-1} y_3 = z_3 + u_2(t); \quad D^{2-\alpha} z_3 = -b z_3 - \frac{dV(x_2)}{dx_2} + \frac{dV(x_1)}{dx_1} + u_3(t) \quad (18)$$

在此即可定義控制函數，使達到簡化項次的控制項，所以將控制函數表示如下：

$$u_1(t) = F_1(t); \quad u_2(t) = F_2(t); \quad u_3(t) = \frac{dV(x_2)}{dx_2} - \frac{dV(x_1)}{dx_1} + F_3(t) \quad (19)$$

其中可將 $F(t)$ 表示成：

$$F(t) = [F_1(t), F_2(t), F_3(t)]^T \quad (20)$$

為了使誤差系統可以達到全狀態可控且設計穩定的誤差動態，讓誤差訊號漸近收斂為零。尚需加入一個常數矩陣 \mathbf{K} 始可控制誤差系統，表示如下：

$$\begin{pmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \\ F_3(t) \end{pmatrix} = \mathbf{K} \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix} \quad (21)$$

對於常數矩陣 \mathbf{K} 的設計，將導致誤差系統的穩定性。在本論文中設計常數矩陣 \mathbf{K} 為：

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & b-1 \end{pmatrix} \quad (22)$$

此矩陣會使其誤差系統趨為穩定，且將導致主動棘輪與從動棘輪進行同步的現象。

4. 結果與討論

4.1 確定性棘輪具分數階微分阻尼之傳輸現象

本節根據第二章中所推導出經分數階微分後之確定性棘輪的運動方程式，採用一個時間步階為 $0.02\pi/\omega$ 的四階 Runge-Kutta 演算法，並用 FORTRAN 數值計算程式進行模擬。在本論文中對於粒子流的計算，首先改變在位能面下外力振幅，並觀察其對於經分數階微分後的確定性棘輪傳輸現象之影響，在此部份所用的微分階數皆為 1.5，最後再將外力振幅與粒子流之關係進行模擬。採用 200 個粒子的運動行為並對其加以平均，而每個粒子進行 100 個外力振盪週期的模擬，並分成 20000 個離散時間點，也就是根據本論文中的方程式(13)，所選取的粒子數為 $M = 200$ 、離散時間點為 $N = 20000$ 。

首先要探討外力振幅的影響根據方程式(12)，也就是針對無因次參數 a 進行分析，觀察 $a = 0.2 \sim 1.0$ 之範圍，並針對改變後之外力振幅進行討論。

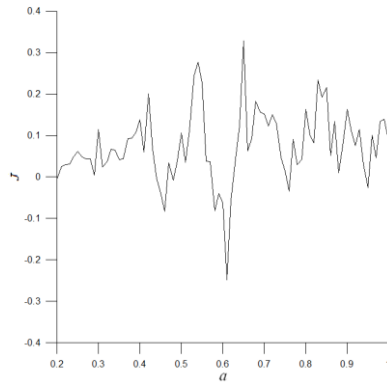


圖 4.1 當外力項為 $a \cos(\omega t)$ 時的外力振幅與粒子流之關係圖

這時若將方程式(12)中的週期外力改為 $a \sin(\omega t)$ ，可觀察外力振幅的改變之影響，並探討此二圖無因次化後的外力振幅與粒子流之關係。

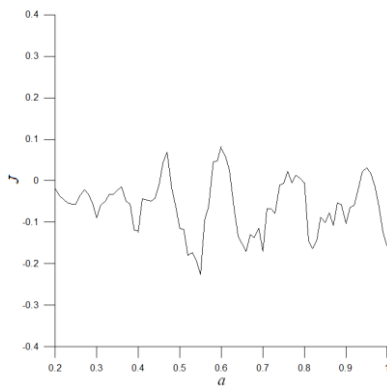


圖 4.2 當外力項為 $a \sin(\omega t)$ 時的外力振幅與粒子流之關係圖

圖 4.1 和 4.2 皆為 $b=0.1$ 、 $\omega=0.8$ 時之條件下進行模擬，圖 4.1 中可以看到 a 大約從 0.45~0.48 及 0.55~0.65 之間有明顯的逆流現象，而圖 4.2 中則是大約從 0.45~0.48、0.55~0.65 以及 0.93~1.0 之間有明顯的逆流現象，其中有兩處區間有重複出現的逆流現象。由以上所觀察出的逆流現象可知，當改變外力項可造成不同的粒子往相反方向進行運動。且因 a 是與粒子的質量相關，雖對於改變外力項，但受到粒子質量的影響，所以改變不同的週期外力，造成的影響會讓粒子進行逆流現象，也就是粒子流之方向改變使其反轉，對此探討出可對於粒子進行質量分離。

除了改變無因次化後之外力振幅外，再來針對無因次化後之位能面改變頻率來進行模擬，此部分也是採用 200 顆粒子來觀察。首先採用的條件外力項為 $a \sin(\omega t)$ 、 $b=0.1$ ，再來則是改變無因次化後之位能面下之頻率，在此將頻率改為 $\omega=0.67$ ，來探討頻率不同時其外力振幅與粒子流之關係。

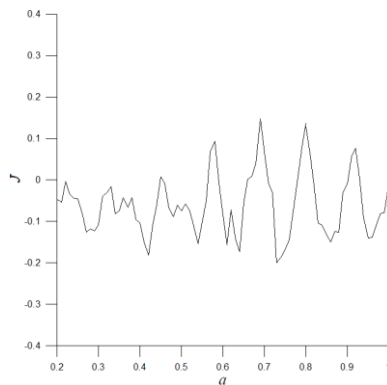


圖 4.3 當頻率為 $\omega=0.67$ 時的外力振幅與粒子流之關係圖

觀察到在圖 4.3 中，有四處較為明顯的逆流現象，分別當 a 大約為 0.55~0.6、0.65~0.73、0.76~0.83 及 0.88~0.95 區間。再將圖 4.3 與圖 4.2 來比對，觀察出此時只有一次區間為重複出現的逆流現象，所以對此可探討出當不同的外力頻率時，其外力振幅與粒子流之關係，並沒有像改變外力振幅時對粒子流所產生的影響來的大，亦即可討論出對於改變外力振幅的效

應會比改變頻率的效應更為明顯。

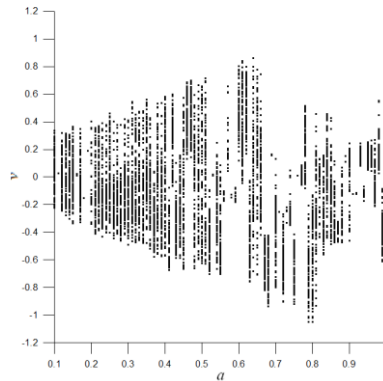


圖 4.4 粒子流速度隨外力振幅改變之分岔圖 ($b=0.1$ 、 $\omega=0.67$)

根據圖 4.4 的關係圖，無法清楚的判斷粒子所進行的運動行為是否會做週期性的運動行為或渾沌運動行為，所以為了更清楚地看出粒子運動的週期性與渾沌行為，針對圖 4.3 模擬出其粒子流速度隨外力振幅無因次參數 a 改變之龐加萊 (Poincare section) 映射分岔圖，如圖 4.4 所示。從圖 4.4 中可以看出當 $a=0.58$ 時是對應於週期性運動行為，而 $a=0.65$ 時則對應出無窮多個龐加萊映射點，所以在 $a=0.65$ 此參數時所進行的運動為渾沌行為。另外在 $a=0.76 \sim 0.78$ 這個短暫的視窗時，粒子流速度是呈現出一段短暫的週期視窗，但當系統參數通過這個週期視窗而進入渾沌區時，粒子流速度即馬上產生了所謂的粒子流之逆流現象。其中較特別的是在當 $a=0.88 \sim 0.95$ 的逆流區段，由分岔圖來看，其粒子的運動在某處呈現出週期性的運動，但仍無法清楚的判斷出其週期性運動的詳細區間，所以針對了 $a=0.85 \sim 0.95$ 此區間做出更細微的外力振幅與粒子流之關係圖，再觀察是為何種性質的週期性運動。

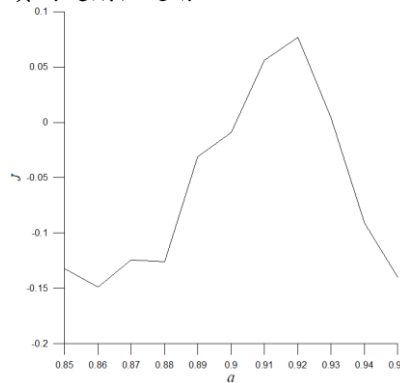


圖 4.5 外力振幅與粒子流之關係圖 ($a=0.85 \sim 0.95$ 、 $b=0.1$ 、 $\omega=0.67$)

當模擬出 $a=0.85 \sim 0.95$ 時的外力振幅與粒子流之關係圖，如圖 4.5 所示。從圖 4.5 中可以清楚觀察出，當 $a=0.85 \sim 0.88$ 時，其粒子流速率仍在 $-0.15 \sim -0.1$ 之間，但當通過系統參數 $a=0.88$ 後，粒子流速率即立刻攀升。當系統參數到了 $a=0.9$ ，雖然粒子流速率仍持續爬升，但速率是處於負的階段。當系統參數通過 $a=0.902$ 之後，粒子流速率即處於正的階段，並且一直攀升到當系統參數為 $a=0.92$ 之後，粒子流速率才立即往負的區段下降。經由模擬看出當 $a=0.91 \sim 0.92$ 時為一個關鍵的粒子運動區間，觀察是否是處於一個從週期運動而過渡進入渾沌運動的一段重要區間，所以再將圖 4.4 與圖 4.5 兩者合併，觀察是否能夠相互對應而說明非線性系統能產生出有序性的重要作用。

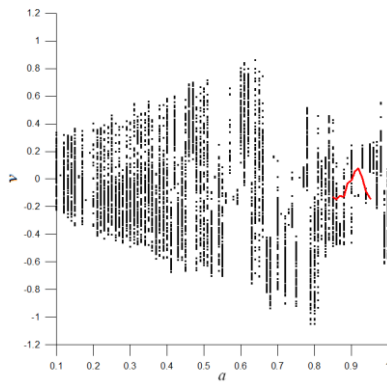


圖 4.6 粒子流速度隨外力振幅改變之分岔圖(圖 4.4 與圖 4.5 之合併)

從圖 4.5 中觀察出，在 $a=0.92$ 前後的逆流區段，粒子流速率突然急遽變化升至 0.075，此時粒子運動由原本的定態而失穩分裂進入週期二，而當週期二也開始失穩時，運動行為的複雜性更增加，即從週期行為變到渾沌行為。所以可從圖 4.6 的分岔圖上來看，約當 $a=0.91$ 時為其定態型態，而定態失穩分裂後即進入為 $a=0.92$ 的週期二視窗，當通過 $a=0.92$ 後，粒子由週期運動過渡到渾沌運動。

4.2 確定性棘輪具分數階微分阻尼之同步

在本節中首先根據第三章所設計出的控制方法，將控制函數加入所推導出經分數階微分後之確定性棘輪運動方程式，再與未加入控制函數的分數階微分的確定性棘輪運動方程式互相比對，並觀察此兩個棘輪的運動行為。

在此數值模擬中，採用了一個時間步階為 $0.02\pi/\omega$ 的四階 Runge-Kutta 演算法，並用 FORTRAN 數值計算程式進行模擬。在此部分的外力振幅都是採用 $a=0.08092844$ ，阻尼力都是採用 $b=0.1$ ，而外部驅動力的頻率都是採用 $\omega=0.67$ ，因只需觀察棘輪的運動行為，所以只採用 1 個粒子進行模擬。

首先採用的主動棘輪初始條件為： $x_1(0) = y_1(0) = z_1(0) = 0$ ，而從動棘輪的初始條件為： $x_2(0) = 0.5, y_2(0) = 0.1, z_2(0) = 0$ 。在此部分的微分階數則是先探討超擴散行為，所以 α 分別採用了 1.1、1.3 和 1.4。並且設定了一個控制開關，當開關為關閉時，其主-從棘輪系統的渾沌傳輸則如圖 4.7 所示。

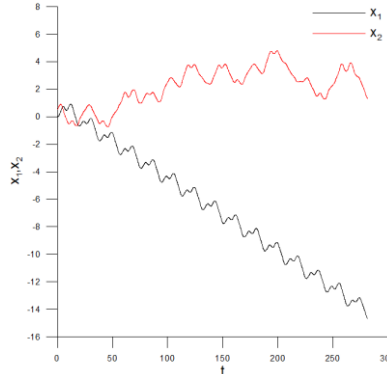


圖 4.7 當控制開關為關閉時，微分階數為 $\alpha = 1.1$ 的主-從棘輪系統之渾沌傳輸圖

而當將控制開關於 0 秒時啟動，其過程中的從動棘輪系統將會追溯著主動棘輪系統之動態，使其達到同步行為，而其主-從棘輪系統進行的同步傳輸則如圖 4.8 所示。

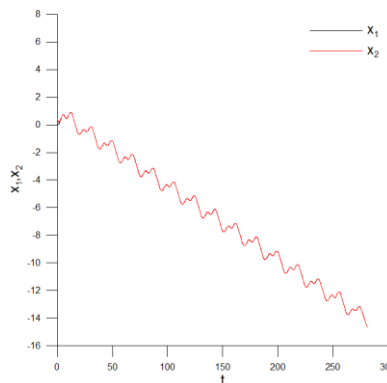


圖 4.8 當控制開關於 0 秒時啟動，微分階數為 $\alpha = 1.1$ 的主-從棘輪系統之同步圖

由圖 4.8 中可以明顯的觀察出經分數階微分後的兩個確定性棘輪系統，經過不同的初始條件設定，且於一開始 0 秒即

啟動開關，則兩個棘輪系統立即進行同步的現象。由原本呈現不規則且在正方向移動的從動系統，當開關啟動，即立刻追溯週期往負方向移動的主動系統，驗證出所設定的第一個同步現象的例子。由圖 4.9(a)也可清楚看出，其誤差動態於啟動後即漸近收斂為零，圖 4.9(b)則是可以觀察出初始暫態時兩個棘輪系統縮放時的運動行為，從動系統大約經過 6 秒的時間即追隨至主動系統的動態，經過 6 秒後即實現所控制達到之同步現象。

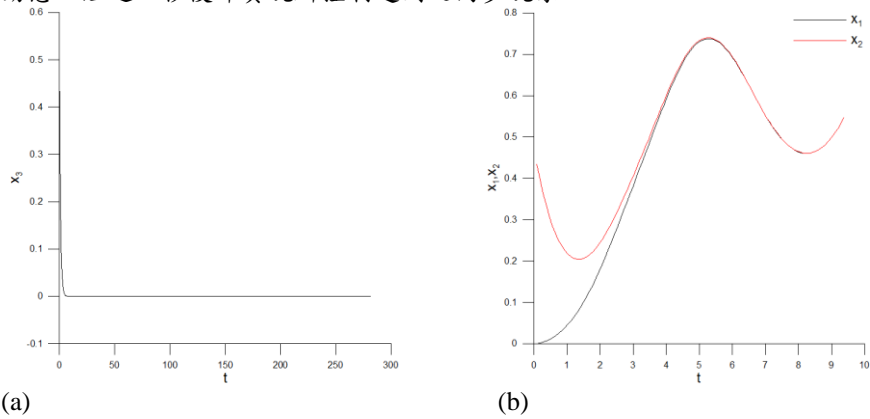


圖 4.9 微分階數為 $\alpha=1.1$ 進行同步時的(a)誤差動態(b)初始暫態縮放

接著試著改變微分階數為 $\alpha=1.3$ ，其初始條件之設定不變，且無因次化後之參數也設定不變。首先一開始也是觀察著兩個不同的確定性棘輪系統之動態(如圖 4.10 所示)，接著也是於 0 秒再將開關啟動，觀察是否也能實現進行同步現象(如圖 4.11 所示)。

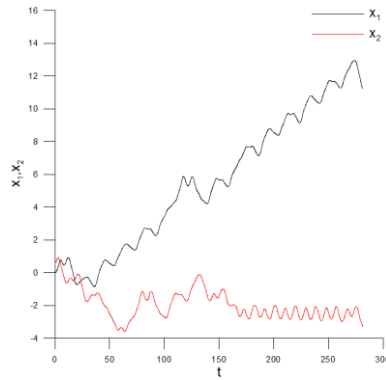


圖 4.10 當控制開關為關閉時，微分階數為 $\alpha=1.3$ 的主-從棘輪系統之渾沌傳輸圖

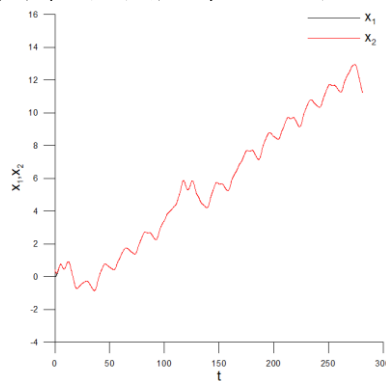


圖 4.11 當控制開關於 0 秒時啟動，微分階數為 $\alpha=1.3$ 的主-從棘輪系統之同步圖

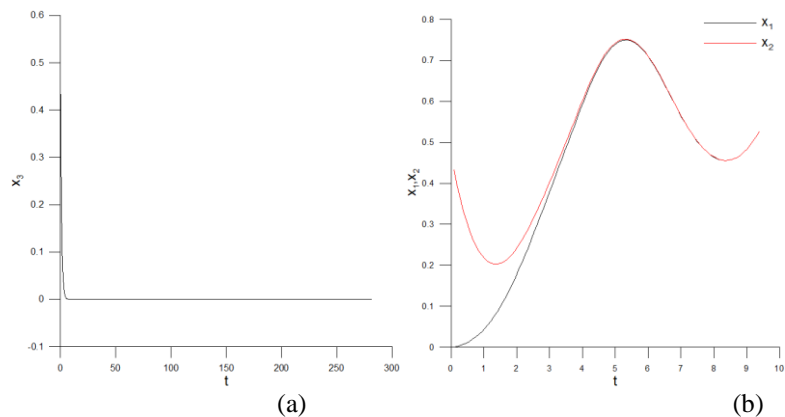


圖 4.12 微分階數為 $\alpha = 1.3$ 進行同步時的(a)誤差動態(b)初始暫態縮放

經改變微分階數為 $\alpha = 1.3$ 而其它參數均不改變的情況下，我們透過圖 4.11 可以明顯看出其開關於 0 秒啟動即馬上同步。從圖 4.12(a)也可看出其誤差動態也漸近收斂為零。由圖 4.12(b)亦可驗證出所改變的第二個例子其同步現象之可行性。

再來改變微分階數為 $\alpha = 1.4$ ，而初始條件及參數也如同前面二個例子均不改變，試著驗證出超擴散行為的第三個例子是否也能達到同步行為，

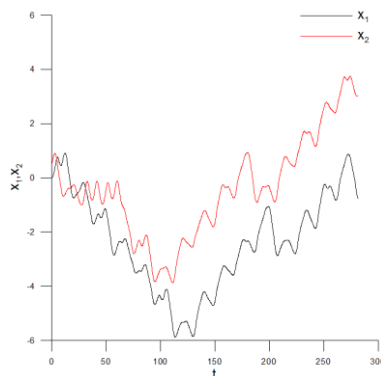


圖 4.13 當控制開關為關閉時，微分階數為 $\alpha = 1.4$ 的主-從棘輪系統之混沌傳輸圖

由圖 4.13 可以觀察出，其主動系統的粒子在時間大約 130 秒前漸漸往負的方向移動，而當時間過了 130 秒左右之後，粒子的運動方向與 130 秒前相反，其運動方向呈現往正的方向移動。另外，從動系統的粒子是在時間大約 110 秒前時往負的方向移動，當時間過了 110 秒左右之後，粒子的運動方向亦相反，其運動方向也是呈現往正的方向移動。主動系統在前 130 秒時的震盪現象對於時間而言具有週期性，但經過 130 秒之後的震盪現象隨著時間增加卻並無週期性，而是呈現不規則的變化。反觀之，從動系統在前 110 秒時則是震盪隨著時間改變並無週期性，且過了 110 秒後也並無週期性，其粒子的運動均呈現不規則的變化。所以也將兩個棘輪系統進行同步控制，觀察具有較不規則移動的從動系統是否也能與主動系統達到同步的現象。

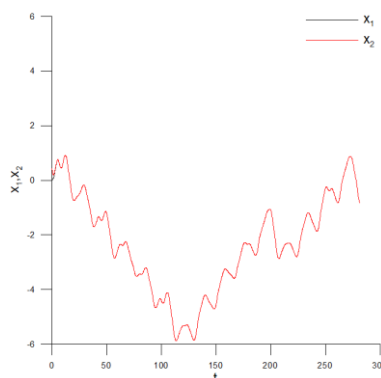


圖 4.14 當控制開關於 0 秒時啟動，微分階數為 $\alpha = 1.4$ 的主-從棘輪系統之同步圖

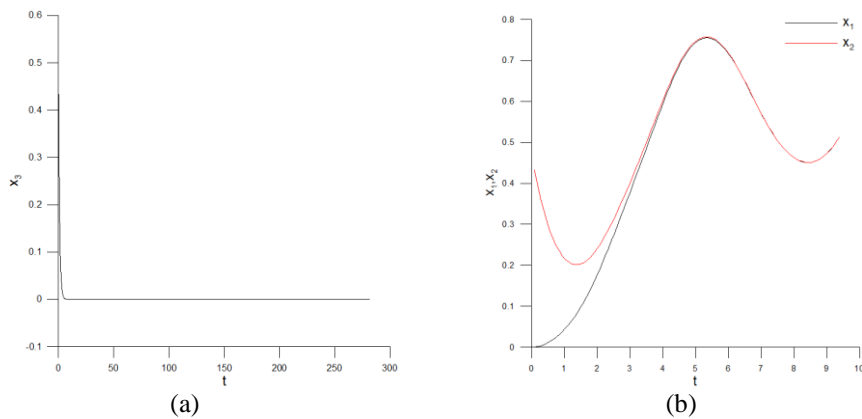


圖 4.15 微分階數為 $\alpha = 1.4$ 進行同步時的(a)誤差動態(b)初始暫態縮放

從圖 4.14 可以看出，原本運動行為較不規則變化的從動系統，在加入控制函數後，便能使之追朔於主動系統的軌跡，且從圖 4.15(a)也可看出其誤差收斂亦趨近於零，圖 4.15(b)則看出大約花費 6 秒的時間達到同步，驗證出所改變微分階數後的第三個例子其可行性。

為了更進一步的探討反常擴散之控制，在此部分的微分階數則是探討次擴散行為， α 分別為 0.92、0.95、0.98。另改變了其初始條件及無因次化後的外力振幅，而無因次化後的阻尼力及頻率在此則是選擇不改變，其用意為觀察經改變後的條件及外力是否會影響其粒子之運動行為。在此的初始條件選擇為： $x_1(0) = -0.1, \dot{x}_1(0) = 0.25$ 、 $x_2(0) = 0.43, y_2(0) = -0.12, z_2(0) = 0$ ，系統參數 a 則是選用 $a = 0.156$ ，而無因次化後的阻尼力及外力頻率則是為 $b = 0.1$ 、 $\omega = 0.67$ ，而所控制的開關啟動時間則是設定於 50 秒時啟動，將觀察若是改變於隨機時間啟動，是否也能實現達到同步控制的現象。

在此的次擴散行為的第一個例子其微分階數為 0.92，根據所模擬出來的結果如圖 4.16 所示，可以清楚的看到兩個棘輪系統的運動行為皆往負的方向移動，只是主動系統的軌跡並不是週期性，在某些片段的時間內呈現出不規則性的軌跡移動，顯示出粒子的運動軌跡是渾沌行為，但反觀之，從動系統的運動行為就可以很明顯的看出，其運動的軌跡位置震盪對於時間而言具有週期性。

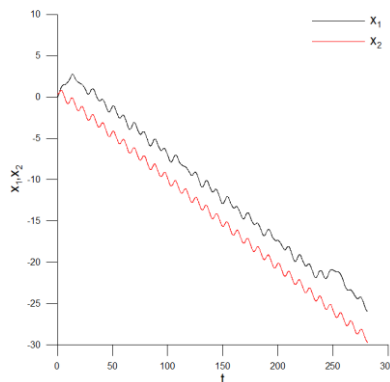


圖 4.16 當控制開關為關閉時，微分階數為 $\alpha = 0.92$ 的主-從棘輪系統之渾沌傳輸圖

接著也對此兩個棘輪系統進行同步控制，但與前面所做的三個例子不同的地方是改變了其控制時間。試著改變控制時間觀察是否也能達到同步現象，所以將控制時間改變為於 50 秒時啟動，並觀察從動系統是否也能追隨著主動系統而使之達到同步。

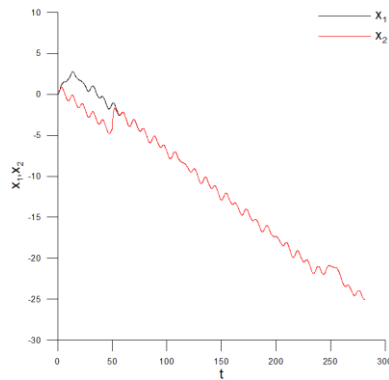


圖 4.17 當控制開關於 50 秒時啟動，微分階數為 $\alpha = 0.92$ 的主-從棘輪系統之同步圖

其模擬結果如圖 4.17 所示，可以清楚的從圖中觀察出，當控制開關未啟動時，其兩個棘輪系統依舊維持著各自的軌跡行進，而當將控制開關於 50 秒時啟動，其從動系統的軌跡即馬上攀升而追隨著主動系統的軌跡，當時間為 50 秒之後的運動行為皆是兩者系統達到同步行為現象。再從圖 4.18(a)看出，其誤差動態從一開始為負的動態再於 50 秒開關啟動後漸漸收斂於零，所以也驗證出兩個棘輪系統達到同步現象的可行性。圖 4.18(b)則是於 0 秒時即啟動開關時的初始暫態，可看出其軌跡若要達到同步行為時，需要花費 6 秒才能達到完全同步。

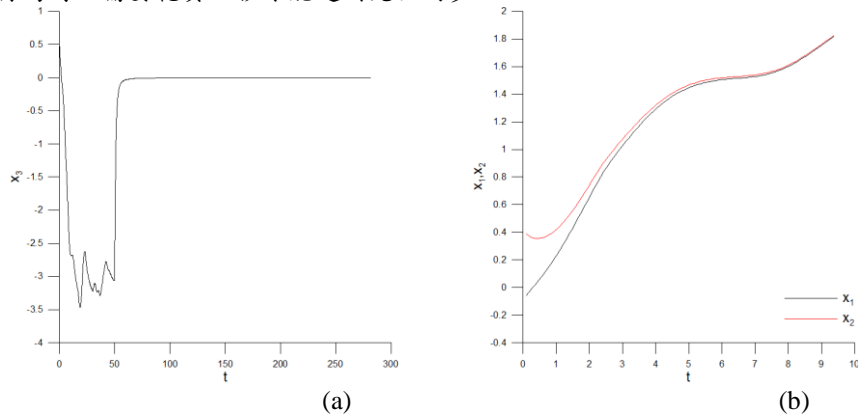


圖 4.18 微分階數為 $\alpha = 0.92$ 進行同步時的(a)誤差動態(b)0 秒啟動開關初始暫態縮放

接著探討次擴散行為的第二個例子，在此改變微分階數為 $\alpha = 0.95$ ，但初始條件和系統參數皆保持不變，且所設定的控制開啟時間也為 50 秒。首先也是未將控制開關啟動，可從圖 4.19 清楚觀察出，其主動系統從開始即往正的方向移動，但經過了大約 50 秒左右的時間後，即向負的方向移動，且其 50 秒前的軌跡為不規則的移動行為，但於 50 秒後的移動行徑呈現出週期性而往負方向移動。反觀之，從動系統的行為從一開始即往負的方向移動，且呈現出的軌跡一直都是保持著週期性的移動行為。對此例子與上一個的例子又有所較不一樣的差異，因此一樣再針對此例進行控制，觀察從動系統是否也能追隨著主動系統的動態而實現出同步的現象。

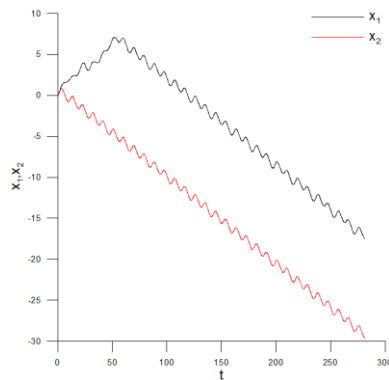


圖 4.19 當控制開關為關閉時，微分階數為 $\alpha = 0.95$ 的主-從棘輪系統之渾沌傳輸圖

從圖 4.20 中可以觀察出，當 0 秒開始時，主動棘輪系統即往正的方向攀升移動，而在到 50 秒時的這段時間內，其行徑的軌跡呈現出較為不規則性，而從動棘輪系統則是從一開始即往負的方向移動，且行徑的軌跡呈現出週期性。當將控制

開關於 50 秒時啟動後，從動棘輪系統即從原本往負的方向反轉而追朔於主動棘輪系統的行徑方向，在時間為 50 秒時從動棘輪系統隨著主動棘輪系統的軌跡而跟著往負的方向而移動，當時間在 50 秒時的此段時間，也可清楚的看出，當從動系統完全追隨著主動系統的軌跡時，顯示出非常一致的週期性關係。再從圖 4.21(a)觀察出，當從 0 秒開始到 50 秒的這段時間，兩個棘輪系統的誤差動態越來越大，也可從此得知兩個系統的行徑方向是呈現出相反的方向，但當到了 50 秒開關啟動時，兩者系統的誤差便漸漸收斂於零，驗證出從動系統完全追隨著主動系統的軌跡而使誤差漸漸越來越小。而圖 4.21(b)則是將此例子的控制開關啟動時間改變於 0 秒時即啟動，由圖中可看出，雖然於 0 秒時即啟動了開關，但需達至完全同步的軌跡現象也至少需要花費大約 6 秒的時間才能漸漸使兩個系統達至同步。

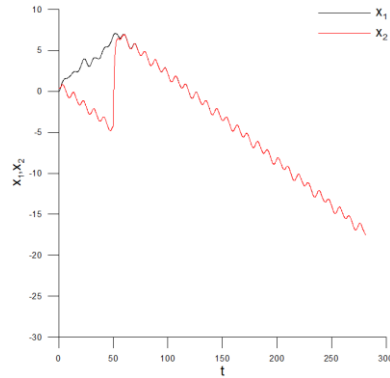


圖 4.20 當控制開關於 50 秒時啟動，微分階數為 $\alpha = 0.95$ 的主-從棘輪系統之同步圖

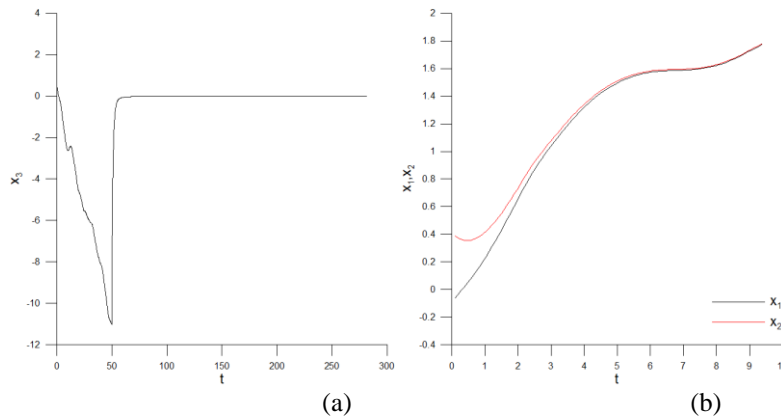


圖 4.21 微分階數為 $\alpha = 0.95$ 進行同步時的(a)誤差動態(b)0 秒啟動開關初始暫態縮放

最後一個例子所要探討的是確定性棘輪的定向傳輸與反常擴散機制，為了可以達到定向傳輸的影響關係，嘗試改變於微分階數，仍保持相同的初始條件及系統參數，並觀察其是否有著定向傳輸的現象。發現當微分階數為 $\alpha = 0.98$ 時，兩個棘輪系統的軌跡有著定向傳輸的運動行為。在此例子中可以從圖 4.22 觀察到，主動棘輪系統從 0 秒開始時即往正的方向攀升移動，在過了 50 秒之後所移動的軌跡呈現出週期性。在 0 秒至 50 秒之間時，其移動的軌跡較不規則性，但當經過 50 秒之後所移動的軌跡呈現出週期性。從動棘輪系統則是從 0 秒開始即漸漸的往負的方向移動，且從 0 秒開始即一直保持著週期性的移動。經由這個例子，可以更容易的顯示出粒子傳輸的方向可以在所給定的任意時間使之反轉或控制，使其可以藉由主動控制機制跟隨其它的方向。再來即針對此例子進行同步的控制，觀察是否不同方向上的粒子傳輸可以使之反轉並跟隨著其它的方向而進行同步的移動。

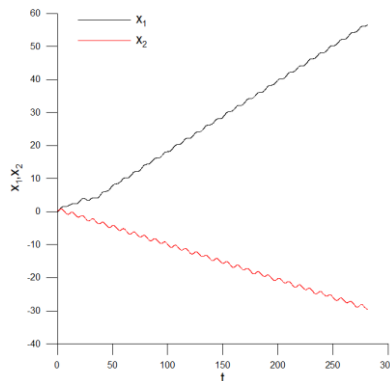


圖 4.22 當控制開關為關閉時，微分階數為 $\alpha = 0.98$ 的主-從棘輪系統之渾沌傳輸圖

由圖 4.23 即可明顯觀察出，當兩個棘輪系統各自於 0 秒開始之後，首先主動棘輪系統的粒子傳輸即往正的方向移動，而從動棘輪系統的粒子傳輸則往負的方向移動。即兩個棘輪系統分別是往不同的方向移動，驗證出此例子從 0 秒開始即有定向傳輸的機制。但當於時間為 50 秒時將開關啟動，即可明顯的看到從動棘輪系統從原本於負方向上移動的軌跡反轉往正的方向上移動，並且在時間為 50 秒時漸漸地追隨至主動棘輪系統於正方向上的傳輸軌跡，使兩棘輪系統從而穩定的達到同步的傳輸現象。在此原本為不同方向上移動的兩個棘輪系統，如主動棘輪系統在 0 至 50 秒的這段時間內，其行徑的軌跡是受到渾沌吸引子的牽引而有著不規則的移動，從動棘輪系統在 0 至 50 秒的時間內，其粒子傳輸的移動則是受到週期吸引子的影響使之維持週期性的移動，但當在 50 秒時受到開關啟動後，從動棘輪系統即受到控制並跟隨著主動棘輪系統，且兩者棘輪系統即保持著週期性的同步現象。

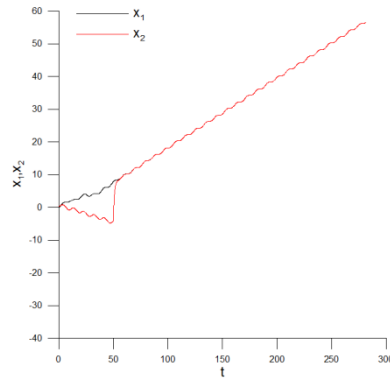


圖 4.23 當控制開關於 50 秒時啟動，微分階數為 $\alpha = 0.98$ 的主-從棘輪系統之同步圖

經過上圖所模擬出的結果，接著再觀察圖 4.24(a)，看出兩者的誤差動態從 0 秒開始因定向傳輸機制的產生，所以產生越來越大的誤差。但當開關於 50 秒時啟動，使原本很大的誤差馬上即開始收斂，而在 50 秒後也就漸漸收斂於零。所以根據這些所模擬出結果，驗證出反常擴散時的定向傳輸機制。圖 4.24(b)則是參照同樣的條件及參數，而只改變其控制時間於 0 秒即啟動控制開關，可以明顯觀察出，兩個棘輪系統大約於 6 秒左右即達到同步現象的軌跡，也顯示出了從動棘輪系統漸漸的跟隨著主動棘輪系統的方向於正方向上傳輸粒子。

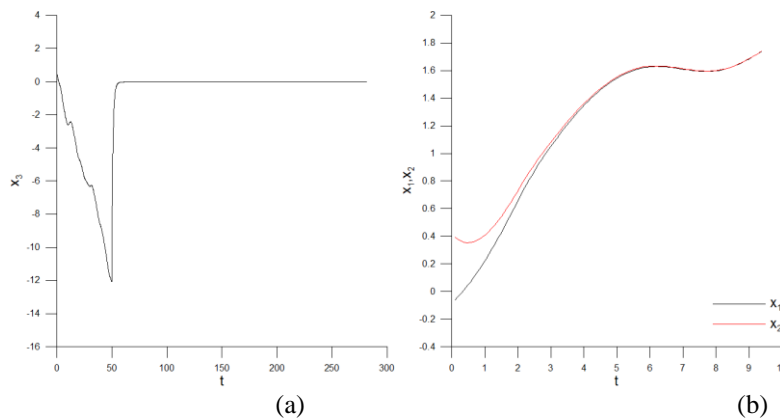


圖 4.24 微分階數為 $\alpha = 0.98$ 進行同步時的(a)誤差動態(b)0 秒啟動開關初始暫態縮放

5. 結論

根據所模擬出的結果可討論出，對於改變外力振幅的效應會比改變頻率的效應更為明顯，證明出控制無因次化後的外力振幅之效應會對粒子流產生較大的影響。雖然改變外力項，但因無因次化後的外力振幅是與粒子的質量相關，所造成的影響也仍然可能會讓粒子產生出逆流的現象，正因如此可以改變粒子流之方向使其反轉，故對此可應用於粒子的定向傳輸進行質量分離。驗證出主動控制技術可用來控制經分數階微分的棘輪系統，並且可將粒子所傳輸的方向進行反轉。所以只要透過設計適當的控制器，主動系統和從動系統就可以進行穩定的同步。透過粒子傳輸的方向且共同存在的吸引子，其中的一個棘輪系統粒子可以決定另一棘輪系統粒子於所需方向上進行傳輸，且反轉至另一系統時會有一定的時間，並無法立刻急速的即達到另一系統方向上。

6. 計畫成果自評

本計畫研究分數階微分阻尼下，外力振幅及外力頻率對確定性棘輪粒子傳輸的運動行為之效應，藉以探討反常擴散對確定性棘輪運動行為的影響。本計畫順利完成如下工作：

1. 完成推導分數微分阻尼之棘輪運動方程式，以探討反常擴散對棘輪傳輸的影響。
2. 驗證出主動控制技術可用來控制經分數階微分的棘輪系統，並且可將粒子所傳輸的方向進行反轉。所以只要透過設計適當的控制器，主動系統和從動系統就可以進行穩定的同步。
3. 透過粒子傳輸的方向且共同存在的吸引子，其中的一個棘輪系統粒子可以決定另一棘輪系統粒子於所需方向上進行傳輸，且反轉至另一系統時會有一定的時間，並無法立刻急速的即達到另一系統方向上。

計畫執行過程培養 2 位碩士生，一位已獲得碩士學位[39]，未來將發表在國際學術研討會，另一位正撰寫論文中。

參考文獻

1. R. Feynman, "The Feynman Lecture on Physics," Vol. I, Ch. 4, 1966.
2. P. Hänggi, F. Marchesoni, and F. Nori, "Brownian Motors," *Ann. Physics* Vol. 14, p. 51, 2005.
3. K. B. Oldham and J. Spanier, *The Fractional Calculus*, Academic Press, New York, 1974.
4. I. Podlubny, *Fractional differential equations*, Academic Press, Vol. 198, 1999.
5. R. D. Astumian, "Thermodynamics and Kinetics of a Brownian Motor," *Science*, Vol. 276, pp. 917-922, 1997.
6. R. D. Astumian and P. Hänggi, "Brownian Motor," *Physics Today*, Vol. 55, pp. 33-39, 2002.
7. P. Hänggi and F. Marchesoni, "Artificial Brownian Motor: Controlling Transport on the Nanoscale," *Review of Modern Physics*, Vol. 81, pp. 387-442, 2009.
8. H. Linke, W. Sheng, A. Löfgren, H. Xu, P. Omling, P. E. Lindelof, "A Quantum Dot Ratchet: Experiment and Theory," *Europhys. Letters*, Vol. 44, pp. 341-347, 1998.
9. I. Derényi, C. Lee, and A.-L. Barabási, "Ratchet Effect in Surface Electromigration: Smoothing Surfaces by an AC Field," *Physical Review Letters*, Vol. 80, p. 1473, 1998.
10. I. Zapata, R. Bartussek, F. Sols and P. Hänggi, "Voltage Rectification by a SQUID Ratchet," *Physical Review Letters*, Vol. 77, pp. 2292-2295, 1996.
11. C. Lee, B. Jankó, I. Derényi, and A.-L. Barabási, "Reducing Vortex Density in Superconductors Using the 'Ratchet Effect'," *Nature (London)*, Vol. 400, p. 337, 1999.
12. I. Derényi and T. Vicsek, "The Kinesin Walk: a Dynamic Model With Elastically Coupled Heads," *Proceedings National Academic Science USA*, Vol. 93, pp. 6775-6779, 1996.
13. P. Jung, J. G. Kissner, and P. Hänggi, "Regular and Chaotic Transport in Asymmetric Periodic Potentials: Inertia Ratchets," *Physical Review Letters*, Vol. 76, p. 3436, 1996.
14. R. Bartussek, P. Hänggi, and J. G. Kissner, "Periodically Rocked Thermal Ratchets," *Europhysical Letters*, Vol. 28, p. 459, 1994.
15. T. E. Dialynas, K. Lindenberg, and G. P. Tsironis, "Ratchet motion induced by deterministic and correlated stochastic forces," *Physical Review E*, Vol. 56, p. 3976, 1997.
16. A. Sarmiento and H. Larralde, "Deterministic transport in ratchets," *Physical Review E*, Vol. 59, p. 4878, 1999.
17. T. Hondou and Y. Sawada, "Dynamical Behavior of a Dissipative Particle in a Periodic Potential Subject to Chaotic Noise: Retrieval of Chaotic Determinism with Broken Parity," *Physical Review Letters*, Vol. 75, p. 3269, 1995.
18. J. L. Mateos, "Chaotic transport and current reversal in deterministic ratchets," *Physical Review Letters*, Vol. 84, pp. 256-261, 2000.
19. J. L. Mateos, "Current reversals in deterministic ratchets: points and dimmers," *Physica D*, Vol. 168-169, pp. 205-219, 2002.
20. M. Barbi, and M. Salerno, "Phase locking effect and current reversals in deterministic underdamped ratchets," *Physical Review E*, Vol. 62, p. 1988, 2000.
21. M. Barbi, and M. Salerno, "Stabilization of ratchet dynamics by weak periodic signals," *Physical Review E*, Vol. 63, 066212, pp. 1-5, 2001.
22. H. A. Larrondo, C. M. Arizmendi, and F. Family, "Current basins of attraction in inertia ratchets," *Physica A*, Vol. 320, p. 119, 2003.
23. H. Schanz, M. F. Otto, R. Ketzmerick, and T. Dittrich, "Classical and Quantum Hamiltonian Ratchets," *Physical Review Letters*, Vol. 87, 070601, pp. 1-4, 2001.
24. U. E. Vincent, A. N. Njah, O. Akinlade, and A. R. T. Solarin, "Phase synchronization in unidirectionally coupled chaotic ratchets," *Chaos*, Vol. 14, p. 1018, 2004.
25. M. Kostur, P. Hänggi, P. Talkner, and J. L. Mateos, "Anticipated synchronization in coupled inertia ratchets with time-delayed feedback: a numerical study," *Physical Review E*, Vol. 72, 036210, pp. 1-6, 2005.
26. U. E. Vincent, A. Kenfack, A. N. Njah, and O. Akinlade, "Bifurcation and chaos in coupled ratchets exhibiting synchronized dynamics," *Physical Review E*, Vol. 72, 056213, pp. 1-8, 2005.
27. U. E. Vincent, A. N. Njah, O. Akinlade, and A. R. T. Solarin, "Phase synchronization in bi-directionally coupled chaotic ratchets," *Physica A*, Vol. 360, pp. 186-196, 2006.
28. L. M. Pecora, and T. L. Carroll, "Synchronization in chaotic systems," *Physical Review Letters*, Vol. 64, pp. 821-824, 1990.
29. H. Nijmeijer, and M. Y. Mareels I., "An observer looks at synchronization," *IEEE Transactions Circuits Systems I*, Vol. 44, pp. 882-890, 1997.

30. U. E. Vincent, and J. A. Laoye, "Synchronization and control of directed transport in chaotic ratchets via active control," *Physics Letters A*, Vol. 363, pp. 91-95, 2007.
31. C. Li, and G. Peng, "Chaos in Chen's system with a fractional order," *Chaos, Solitons and Fractals*, Vol. 22, pp. 443-450, 2004.
32. T. M. Shahiri, N. A. Ranjbar, R. Ghaderi, S. H. Hosseinnia, and S. Momani, "Control and Synchronization of Chaotic Fractional-Order Couplet System via Active Controller," *Proc. of the 3rd IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Applications*, Turkey, 2008
33. E. Lutz, "Fractional Langevin Equation," *Physical Review E*, Vol. 64, 051106, pp. 1-4, 2001.
34. R. Metzler and J. Klafter, "The Random Walk's Guide to Anomalous Diffusion: A Fractional Dynamics Approach," *Physics Report*, Vol. 339, pp. 1-77, 2000.
35. B. J. West, M. Bologna and P. Grigolini, "Physics of Fractal Operators," Springer, New York, 2003.
36. J. D. Bao, "Influence of superdiffusion on direction motion," *Physica A*, Vol. 346, pp. 261-270, 2005.
37. J. D. Bao, "Transport in a flashing ratchet in the presence of anomalous diffusion," *Physics Letters A*, Vol. 28, pp. 203-208, 2003.
38. 董子慶, "具時變位能確定性棘輪之傳輸現象", 中華大學機械工程學系碩士班, 碩士論文, 新竹市, 2012。
39. 張正君, "具分數階微分阻尼確定性棘輪之傳輸現象控制與同步", 中華大學機械工程學系碩士班, 碩士論文, 新竹市, 2013。

國科會補助計畫衍生研發成果推廣資料表

日期:2013/11/06

國科會補助計畫	計畫名稱: 反常擴散與淬致無序之耦合效應對棘輪定向傳輸的影響
	計畫主持人: 陳俊宏
	計畫編號: 101-2221-E-216-014- 學門領域: 結構與振動
無研發成果推廣資料	

101 年度專題研究計畫研究成果彙整表

計畫主持人：陳俊宏		計畫編號：101-2221-E-216-014-					
計畫名稱：反常擴散與淬致無序之耦合效應對棘輪定向傳輸的影響							
成果項目		量化			單位	備註（質化說明：如數個計畫共同成果、成果列為該期刊之封面故事...等）	
		實際已達成數（被接受或已發表）	預期總達成數（含實際已達成數）	本計畫實際貢獻百分比			
國內	論文著作	期刊論文	0	0	100%	篇	
		研究報告/技術報告	0	0	100%		
		研討會論文	0	0	100%		
		專書	0	0	100%		
	專利	申請中件數	0	0	100%	件	
		已獲得件數	0	0	100%		
	技術移轉	件數	0	0	100%	件	
		權利金	0	0	100%	千元	
	參與計畫人力（本國籍）	碩士生	2	2	100%	人次	
		博士生	0	0	100%		
		博士後研究員	0	0	100%		
		專任助理	0	0	100%		
國外	論文著作	期刊論文	0	0	100%	篇	
		研究報告/技術報告	0	0	100%		
		研討會論文	0	1	100%		
		專書	0	0	100%	章/本	
	專利	申請中件數	0	0	100%	件	
		已獲得件數	0	0	100%		
	技術移轉	件數	0	0	100%	件	
		權利金	0	0	100%	千元	
	參與計畫人力（外國籍）	碩士生	0	0	100%	人次	
		博士生	0	0	100%		
		博士後研究員	0	0	100%		
		專任助理	0	0	100%		

<p>其他成果 (無法以量化表達之成果如辦理學術活動、獲得獎項、重要國際合作、研究成果國際影響力及其他協助產業技術發展之具體效益事項等，請以文字敘述填列。)</p>	<p>無</p>
--	----------

	成果項目	量化	名稱或內容性質簡述
科 教 處 計 畫 加 填 項 目	測驗工具(含質性與量性)	0	
	課程/模組	0	
	電腦及網路系統或工具	0	
	教材	0	
	舉辦之活動/競賽	0	
	研討會/工作坊	0	
	電子報、網站	0	
	計畫成果推廣之參與(閱聽)人數	0	

國科會補助專題研究計畫成果報告自評表

請就研究內容與原計畫相符程度、達成預期目標情況、研究成果之學術或應用價值（簡要敘述成果所代表之意義、價值、影響或進一步發展之可能性）、是否適合在學術期刊發表或申請專利、主要發現或其他有關價值等，作一綜合評估。

1. 請就研究內容與原計畫相符程度、達成預期目標情況作一綜合評估

達成目標

未達成目標（請說明，以 100 字為限）

實驗失敗

因故實驗中斷

其他原因

說明：

2. 研究成果在學術期刊發表或申請專利等情形：

論文： 已發表 未發表之文稿 撰寫中 無

專利： 已獲得 申請中 無

技轉： 已技轉 洽談中 無

其他：（以 100 字為限）

3. 請依學術成就、技術創新、社會影響等方面，評估研究成果之學術或應用價值（簡要敘述成果所代表之意義、價值、影響或進一步發展之可能性）（以 500 字為限）

本計畫研究分數階微分阻尼下，外力振幅及外力頻率對確定性棘輪粒子傳輸的運動行為之效應，藉以探討反常擴散對確定性棘輪運動行為的影響。本計畫順利完成如下工作：

1. 完成推導分數微分阻尼之棘輪運動方程式，以探討反常擴散對棘輪傳輸的影響。

2. 驗證出主動控制技術可用來控制經分數階微分的棘輪系統，並且可將粒子所傳輸的方向進行反轉。所以只要透過設計適當的控制器，主動系統和從動系統就可以進行穩定的同步。

3. 透過粒子傳輸的方向且共同存在的吸引子，其中的一個棘輪系統粒子可以決定另一棘輪系統粒子於所需方向上進行傳輸，且反轉至另一系統時會有一定的時間，並無法立刻急速的即達到另一系統方向上。

計畫執行過程培養 2 位碩士生，一位已獲得碩士學位[39]，未來將發表在國際學術研討會，另一位正撰寫論文中。