＊不可攜帶計算機＊

1. 試求以下所示常微分方程式之解：

(a) $\dfrac{dy}{dx}=1+y^2$ （10%）

(b) $\dfrac{d^2y}{dx^2}-y=0$ ，$y(0)=4$ ，$y'(0)=-2$ （10%）

(c) $\begin{cases}\dfrac{dy_1}{dx}=-3y_1+y_2-6e^{-2x}\\ \dfrac{dy_2}{dx}=y_1-3y_2+2e^{-2x}\end{cases}$ （10%）

2. 試以拉普拉斯(Laplace)轉換解析以下所示之初始值問題的解：（15%）

$$\frac{d^2y}{dt^2}+4\frac{dy}{dt}+5y=\delta(t-1)\text{，}y(0)=0\text{，}\frac{dy(0)}{dt}=3$$

【提示：$\delta(t-a)$之拉普拉斯轉換為e^{-as}。】

3. 試以高斯消去法推求以下所示代數方程式之解：（15%）

$$\begin{cases}-x+2y-5z=-21\\ 4x-8y+3z=16\\ 3x-6y+z=7\end{cases}$$

4. 試求以下所示繩長為 L 之一維波傳問題之解：（20%）

控制方程式：$\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 u}{\partial t^2}$

邊界條件：$u(0,t)=u(L,t)=0$

初始條件：$u(x,0)=f(x)$，$\dfrac{\partial u(x,0)}{\partial t}=g(x)$

其中$u(x,t)=$質點位移；$c=$波速。

5. 試計算 $f(z)=\dfrac{z^2+1}{z^2-1}$ 沿圖 1 中所示之四種積分路徑作逆鐘向的封閉路線積分 $\oint_C f(z)\,dz$ 之積分值。（20%）

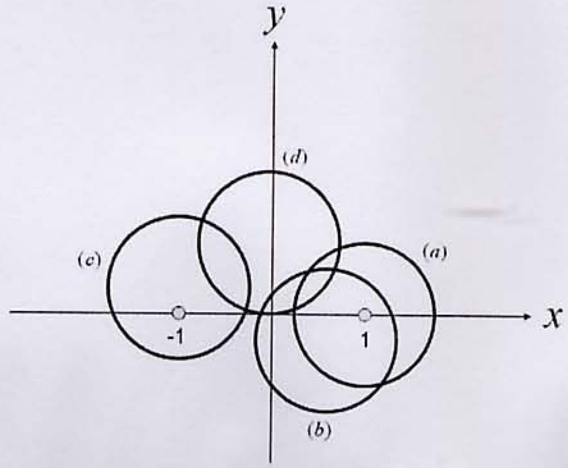

圖 1　四種積分路徑示意圖

【提示：$z=x+iy$，$x=\mathrm{Re}\,z$，$y=\mathrm{Im}\,z$，$z=\pm1$為問題之奇異點】