(一) 試解下列偏微分方程之初值問題（Initial Value Problem）：（25%）

$$xy'' + 4y' = 0 \quad , \quad y(1) = 4 \quad , \quad y'(1) = 13$$

(二) 試求 A 矩陣對角線化（Diagonalization）後之矩陣：（25%）

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

(三) 選擇題：

1. Laplace 轉換之定義為：(A) $F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{st}dt$ (B) $F(s) = \int_0^\infty f(t)e^{-st}dt$

   (C) $F(s) = \int_{-1}^{1} f(t)e^{-st}dt$ (D) $F(s) = \int_{-1}^{1} f(t)e^{st}dt$ (E) 以上皆非 (5%)

2. Laplace 轉換之用途為：(A) 解矩陣之秩(rank) (B) 解微分方程式 (C) 求函數之傅利葉(Fourier)級數 (D) 求矩陣之行列式值 (E) 以上皆非 (5%)

3. $\sin at$ 之 Laplace 轉換為：(A) $\frac{s}{s^2+a^2}$ (B) $\frac{1}{s-a}$ (C) $\frac{1}{s+a}$ (D) $\frac{a}{s^2+a^2}$ (E) 以上皆非 (5%)

4. 散度定理(Divergence Theorem)之定義為：(A) $\iiint_T \nabla \cdot \boldsymbol{F} dV = \oiint_S \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{A}$

   (B) $\iiint_T \nabla \times \boldsymbol{F} dV = \oiint_S \boldsymbol{F} \times d\boldsymbol{A}$ (C) $\iiint_T \nabla \cdot \boldsymbol{F} dV = \oiint_S \boldsymbol{F} \times d\boldsymbol{A}$ (D) $\iiint_T \nabla \times \boldsymbol{F} dV = \oiint_S \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{A}$

   (E) 以上皆非 (5%)

5. Stoke 定理之定義為：(A) $\iint_S \nabla \times \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{A} = \oint_C \boldsymbol{F} \times d\boldsymbol{r}$ (B) $\iint_S \nabla \cdot \boldsymbol{F} \times d\boldsymbol{A} = \oint_C \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$

   (C) $\iint_S \nabla \cdot \boldsymbol{F} \times d\boldsymbol{A} = \oint_C \boldsymbol{F} \times d\boldsymbol{r}$ (D) $\iint_S \nabla \times \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{A} = \oint_C \boldsymbol{F} \cdot d\boldsymbol{r}$ (E) 以上皆非 (5%)

(四) 若 $\boldsymbol{F} = x^2\boldsymbol{i} + y^2\boldsymbol{j} + z^2\boldsymbol{k}$，試計算 $\nabla \cdot \boldsymbol{F}$ 與 $\nabla \times \boldsymbol{F}$。(10%)

(五) 已知 $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \Lambda$ ， $|x| < 1$。試分別考慮 $|z| < 1$ 與 $|z| > 1$，將 $f(z) = \frac{1}{1-z}$ 作 *Laurent* 級數展開。(15%)