行政院國家科學委員會專題研究計畫　成果報告

應用變分不等式理論於供應鏈配送網路設計之研究

計畫類別：個別型計畫
計畫編號：NSC92-2211-E-216-008-
執行期間：92年08月01日至93年07月31日
執行單位：中華大學企業管理學系

計畫主持人：張美香

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中　華　民　國 93年11月1日

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

應用變分不等式理論於供應鏈配送網路設計之研究

Supply Chain Network Design Problem – Using Variational Inequalities Approach

計畫編號：NSC 92-2211-E-216-008

執行期限：92 年 8 月 1 日至 93 年 7 月 31 日

主持人：張美香博士　　中華大學企業管理學系

一、中文摘要

關鍵詞：變分不等式模型、供應鏈配送網路、均衡網路設計

有別於使用最佳化模型的研究，本研究採用更具一般性之變分不等式模型建構供應鏈配送網路設計模型。其可分析不同決策廠商的獨立個別行為，也可以一併將廠商間的互動行為納入分析。故透過本研究建構之變分不等式模型均衡條件之推導與研析其相對應之經濟意義，可以了解不同市場廠商之價格決策行為與貨物運送方式與貨物流量分布結果。

二、英文摘要

Keywords: variational inequality, supply chain network, equilibrium network design

The network design problem of the supply chain distribution network is developed in this study. An equilibrium model of variational inequalities formulation is proposed to handle the interaction of many decision-makers and their independent behaviors. Such a model is more general than the optimization counterpart. An equilibrium conditions are also derived. The equilibrium shipment, transport plan and price pattern in the distribution network of supply chain must satisfy these optimality conditions.

三、計畫緣由與目的

隨著產業環境變化快速、經濟活動日益複雜，供應鏈管理的概念已從傳統學術領域的技術性研究，轉變為企業在競爭日趨激烈的環境壓力下創造同業間之競爭優勢的一種策略。近年來，已有許多學者致力於各種供應鏈管理與分析網路最佳化相關研究，但著眼於探討競爭的供應鏈網路均衡模型之研究卻相當有限。均衡模型之概念是取自於網路經濟學，本研究即根據 Nagurney et al.(2002)所構建的供應鏈網路均衡模型為基礎，並將虛擬通路加入模式，再透過市場均衡網路概念，同時探討供應鏈中各層市場成員於不同通路的個別獨立行為與通路成員間之交互影響，並以變分不等式模型發展出一個可以同時評估價格與商品流量，且包含製造市場、零售市場、與需求市場之競爭的依時性供應鏈網路均衡模型。

四、成果與結論

4.1 模型建構

(一)製造商行為

製造商可以將產品透過實體通路賣給零售商 r 或經由虛擬通路直接賣給需求市場的消費者 c。假設製造商 f 追求每個期間 t 的利潤最大化，故其總收益為此期間 t 製造商 f 賣給零售商 r 的總產出量 $\sum_{k\le t} q_1^{frt}(k)$ 乘上期間 t 製造商 f 對零售商 r 的售價 $\rho_1^{fr}(t)$ 的總合再加上此期間 t 製造商 f 賣給需求市場 c 的消費者的總產出量 $\sum_{k\le t} q_2^{fct}(k)$ 乘上期間 t 製造商 f 對需求市場的消費者 c 的售價 $\rho_1^{fc}(t)$ 的總合;而總成本包括製造成本 $p_f(k)=P_{fk}(Q_1,Q_2)$ ， $Q_1=\{q_1^{frt}(k\}$ ， $Q_2=\{q_2^{fct}(k\}$ 、實體通路存貨成本 $\sum_r \sum_{k\le t}(t-k)m_f q_1^{frt}(k)$ 及總交易成本 $\sum_r s_{fr}(t)$ 及虛擬通路存貨成本

$\sum_c \sum_{k \le t}(t-k)m_f q_1^{fct}(k)$ 及交易成本 $\sum_c s_{fc}(t)$ 的總合。故可寫為下列最佳化模型：

Max

$$\sum_r \rho_1^{fr}(t)\left[\sum_{k\le t} q_1^{frt}(k)\right] + \sum_c \rho_1^{fc}(t)\left[\sum_{k\le t} q_2^{fct}(k)\right] - p_f(k) - \sum_r \sum_{k\le t}(t-k)m_f q_1^{frt}(k) - \sum_r s_{fr}(t) - \sum_c \sum_{k\le t}(t-k)m_f q_2^{fct}(k) - \sum_c s_{fc}(t) \quad (1)$$

s.t.

$$q_1^{frt}(k) \ge 0 \qquad \forall f,k,r,t \quad (2)$$

$$q_1^{fct}(k) \ge 0 \qquad \forall f,k,c,t \quad (3)$$

推導此模型之 KKT 條件，則可得知製造商之生產準則為：

1. 實體通路方面

若製造商 f 於期間 k 製造的產品於給期間 t 運送給零售商 r 的產量為正，$q_1^{frt}(k) > 0$，則製造商 f 於期間 k 邊際製造成本 $\frac{\partial p_f(k)}{\partial q_1^{frt}(k)}$、(*t-k*) 期的單位存貨成本 $(t-k)m_f$ 與製造商 f 於期間 t 出貨給零售商 r 的邊際交易成本 $\frac{\partial s^{fr}(t)}{\partial q_1^{frt}(k)}$ 的總合，必定小於製造商 f 於期間 t 出貨給零售商 r 的售價 $\rho_1^{fr}(t)$，即

$$\frac{\partial p_f(k)}{\partial q_1^{frt}(k)} + (t-k)m_f + \frac{\partial s_{fr}(t)}{\partial q_1^{frt}(k)} \le \rho_1^{fr}(t) \quad (4)$$

2. 虛擬通路方面

若製造商 f 於期間 k 製造的產品於給期間 t 運送給需求市場 c 的消費者的產量為正，$q_2^{fct}(k) > 0$，則製造商 f 於期間 k 邊際製造成本 $\frac{\partial p_f(k)}{\partial q_2^{crt}(k)}$、(*t-k*)期的單位存貨成本 $(t-k)m_f$ 與製造商 f 於期間 t 出貨給需求市場 c 的消費者的邊際交易成本 $\frac{\partial s^{fc}(t)}{\partial q_2^{fct}(k)}$ 的總合，必定小於製造商 f 於期間 t 出貨給零售商 r 的售價 $\rho_1^{fc}(t)$，即

$$\frac{\partial p_f(k)}{\partial q_2^{fct}(k)} + (t-k)m_f + \frac{\partial s_{fc}(t)}{\partial q_2^{fct}(k)} \le \rho_1^{fc}(t) \quad (5)$$

則在完全競爭市場的情況下，每個製造商 f 於期間 t 之最佳生產量與出貨量，必將滿足下列之變分不等式：

$$\sum_{frtk}\left\{\left[\frac{\partial p_f(k)}{\partial q_1^{frt*}(k)} + m_f(t-k) + \frac{\partial s_{fr}(t)}{\partial q_1^{frt*}(k)} - \rho_1^{fr}(t)\right]\left[q_1^{frt}(k) - q_1^{frt*}(k)\right]\right\} + \sum_{fctk}\left\{\left[\frac{\partial p_f(k)}{\partial q_2^{fct*}(k)} + m_f(t-k) + \frac{\partial s_{fc}(t)}{\partial q_2^{fct*}(k)} - \rho_1^{fc}(t)\right]\left[q_2^{fct}(k) - q_2^{fct*}(k)\right]\right\} \ge 0 \quad (6)$$

(二)零售商行為

假設零售商 r 追求每個期間 t 的利潤最大化，其總收益為此期間 t 零售商 r 出貨給需求市場 c 的消費總量 $\sum_c q_5^{rc}(t)$ 乘上期間 t 零售商 r 的售價 $\rho_2^r(t)$ 的總合；而總成本包括期間 (*t*- T_{fr}) 的購買成 $\sum_f \rho_1^{fr}(t-T_{fr})q_3^{fr}(t-T_{fr})$、期間(*t*-$T_{fr}$)貨物處理成本 $m_r(t-T_{fr}) = M_{rt}(Q_3)$、於期間(*t*-$T_{fr}$)與製造商 f 交易之交易成本 $\hat{s}_{fr}(t-T_{fr})$ 以及於期間 t 與需求市場 c 交易之交易成本 $s_{rc}(t)$ 的總合。故可寫為下列最佳化模型：

Max

$$\rho_2^r(t)\sum_c q_5^{rc}(t) - \sum_f \rho_1^{fr}(t-T_{fr})q_3^{fr}(t-T_{fr}) - m^r(t-T_{fr}) - \sum_f \hat{s}_{fr}(t-T_{fr}) - \sum_c s_{rc}(t) \quad (7)$$

s.t.

$$\sum_f q_3^{fr}(t-T_{fr}) \le \sum_c q_5^{rc}(t) \quad \forall r,t \quad (8)$$

$$q_3^{fr}(t) = \sum_{k\le t} q_1^{frt}(k) \quad \forall f,r,t \quad (9)$$

$$q_3^{fr}(t) \ge 0 \qquad \forall f,r,t \quad (10)$$

$$q_5^{rc}(t) \ge 0 \qquad \forall r,c,t \quad (11)$$

將(9)式代入(7)式，且將(8)式乘上拉氏乘數 $\gamma^r(t)$ 加入(7)式，並推導此模型之 KKT 條件，則可得知於零售商之進貨準則為：若零售商 r 於時期(*t*-T_{fr})向製造商 f 訂購，$q_3^{fr}(t-T_{fr})$>0，則製造商於時期(*t*-T_{fr})給零售商 r 的價格 $\rho_1^{fr}(t-T_{fr})$，加上在時期(*t*-T_{fr})，零售商 r 的邊際貨物處理成本

$\frac{\partial m^r\left(t-T_{fr}\right)}{\partial q_3^{fr}(t-T_{fr})}$、其與製造商 f 交易的邊際交易成本$\frac{\partial \hat{s}_{fr}(t-T_{fr})}{\partial q_3^{fr}(t-T_{fr})}$，必定小於，即

$$\rho_1^{fr}\left(t-T_{fr}\right)+\frac{\partial m^r\left(t-T_{fr}\right)}{\partial q_3^{fr}(t-T_{fr})}+\frac{\partial \hat{s}_{fr}(t-T_{fr})}{\partial q_3^{fr}(t-T_{fr})} \le \gamma^r(t) \quad (12)$$

零售商之出貨準則為：若零售商 r 於時期 t 與需求市場 c 的交易量為正，$q_5^{rc}(t)>0$，則零售商 r 於時期 t 與需求市場 c 的邊際交易成本$\frac{\partial s_{rc}(t)}{\partial q_5^{rc}(t)}$加上拉氏乘數$\gamma^r(t)$，必定小於零售商 r 於期間 t 的售價$\rho_2^r(t)$，即

$$\frac{\partial s_{rc}(t)}{\partial q_5^{rc}(t)}+\gamma^r(t)\le \rho_2^r(t) \quad (13)$$

則在完全競爭市場的情況下，每個零售商 r 於時期$(t\text{-}T_{fr})$之最佳進貨量與於時期 t 之最佳出貨量，必將滿足下列之變分不等式：

$$\sum_{frt}\left\{\left[\rho_1^{fr}\left(t-T_{fr}\right)+\frac{\partial m^r\left(t-T_{fr}\right)}{\partial q_3^{fr}(t-T_{fr})}+\frac{\partial \hat{s}_{fr}(t-T_{fr})}{\partial q_3^{fr}(t-T_{fr})}-\gamma^r(t)\right]\left[q_3^{fr}\left(t-T_{fr}\right)-q_3^{fr*}\left(t-T_{fr}\right)\right]\right\}+$$
$$\sum_{rct}\left[\frac{\partial s_{rc}(t)}{\partial q_5^{rc}(t)}+\gamma^r(t)-\rho_2^r(t)\right]\left[q_5^{rc}(t)-q_5^{rc*}(t)\right]$$
$$\sum_{rt}\left\{\left[\sum_f q_3^{fr}(t-T_{fr})-\sum_c q_5^{rc}(t)\right]\left[\gamma^r(t)-\gamma^{r*}(t)\right]\right\}\ge 0 \quad (14)$$

(三)需求市場均衡條件

由於需求市場的消費者除了可以透過實體通路向零售商購買外，也可以直接透過虛擬通路向製造商購買。則根據空間價格理論，可知：

1. 實體通路方面

於期間 t 需求市場 c 的消費者向零售商 r 購買的數量為正，$q_5^{rc}(t)>0$，則期間 t 需求市場 c 的價格$\rho_3^c(t)$必等於期間$(t\text{-}T_{rc})$零售商 r 的價格$\rho_2^r(t-T_{rc})$加上期間$(t\text{-}T_{rc})$需求市場 c 與零售商 r 交易的交易成本$\hat{s}_{rc}(t-T_{rc})$。反之，期間 t 需求市場 c 的價格$\rho_3^c(t)$若過低，則購買量為零，即

if $q_5^{rc}(t)>0$

$$\rho_2^r(t-T_{rc})+\hat{s}_{rc}(t-T_{rc})=\rho_3^c(t) \quad (15)$$

if $q_5^{rc}(t)=0$

$$\rho_2^r(t-T_{rc})+\hat{s}_{rc}(t-T_{rc})\ge\rho_3^c(t) \quad (16)$$

其中，T_{rc}代表零售商 r 服務需求市場 c 的前置時間。

2. 虛擬通路方面

於期間 t 需求市場 c 的消費者向製造商 f 購買的數量為正，$q_4^{fc}(t)>0$，則期間 t 需求市場 c 的價格$\rho_3^c(t)$必等於期間$(t\text{-}T_{fc})$製造商 f 的價格$\rho_1^{fc}\left(t-T_{fc}\right)$加上期間$(t\text{-}T_{fc})$需求市場 c 與製造商 f 交易的交易成本$\hat{s}_{fc}(t-T_{fc})$。反之，期間 t 需求市場 c 的價格$\rho_3^c(t)$若過低，則購買量為零，即

if $q_4^{fc}(t)>0$

$$\rho_1^{fc}(t-T_{fc})+\hat{s}_{fc}(t-T_{fc})=\rho_3^c(t) \quad (17)$$

if $q_4^{fc}(t)=0$

$$\rho_1^{fc}(t-T_{fc})+\hat{s}_{fc}(t-T_{fc})\ge\rho_3^c(t) \quad (18)$$

其中，T_{fc}代表製造商 f 服務需求市場 c 的前置時間。且

$$q_4^{fc}(t)=\sum_{k\le t}q_2^{fct}(k) \quad \forall f,c,t \quad (19)$$

而且，若顧客願意支付價格$\rho_3^c(t)$大於零，則期間 t 需求市場 c 的需求量，$d^c(t)=D^{ct}\left(\rho_3^c(t)\right)$，會等於向所有零售商與製造商所購得的產品數量，即

if $\rho_3^c(t)>0$

$$d^c(t)=\sum_r q_5^{rc}\left(t-T_{rc}\right)+\sum_f q_4^{fc}\left(t-T_{fc}\right) \quad (19)$$

if $\rho_3^c(t)=0$

$$d^c(t)\le\sum_r q_5^{rc}\left(t-T_{rc}\right)+\sum_f q_4^{fc}\left(t-T_{fc}\right) \quad (20)$$

同樣的，可以下列變分不等式來代表不同需求市場間所達成的均衡狀況。

$$\sum_{rct}\left\{\left[\rho_2^r(t-T_{rc})+\hat{s}^{rc}(t-T_{rc})-\rho_3^c(t)\right]\right.$$
$$\left[q_5^{rc}(t)-q_5^{rc*}(t)\right]\Big\}+$$
$$\sum_{fct}\left\{\left[\rho_1^{fc}(t-T_{fc})+\hat{s}^{fc}(t-T_{fc})-\rho_3^c(t)\right]\right.$$
$$\left[q_4^{fc}(t-T_{fc})-q_4^{fc*}(t-T_{fc})\right]\Big\}+$$
$$\sum_{ct}\left\{\left[\sum_r q_3^{rc}(t-T_{rc})+\sum_f q_1^{fc}(t-T_{fc})\right.\right.$$
$$\left.-d^c(t)\right]\left[\rho_3^c(t)-\rho_3^{c*}(t)\right]\Big\}\geq 0 \qquad (21)$$

故供應鏈全面均衡模型為(6)、(14)、(21)式之加總。

4.2 數值分析

修改 Nagurney(2002)提出之測試例，以 LINGO 全域最佳化套裝軟體進行求解。

(一)測試例一：單一通路、單一時期

假設此供應鏈網路各有二個製造商、零售商及需求市場。製造商之生產成本函數：

$$p_1 = 2.5q_1^{\;2} + q_1q_2 + 2q_1$$
$$p_2 = 2.5q_2^{\;2} + q_1q_2 + 2q_2$$

製造商與零售商交易之交易成本函數為：

$$s_{fr} = 0.5q_3^{fr\,2} + 3.5q_3^{fr} \quad \forall f,r$$

零售商與製造商交易之交易成本函數為：

$$\hat{s}_{fr} = 1.5q_3^{fr\,2} + 3.5q_3^{fr} \quad \forall f,r$$

零售商貨物處理成本：

$$m_1 = 0.5(\sum_{f=1}^{2} q_1^{f1})^2; m_2 = 0.5(\sum_{f=1}^{2} q_1^{f2})^2$$

需求市場之需求函數：

$$d_1(\rho_3) = -2\rho_3^1 - 1.5\rho_3^2 + 1000$$
$$d_2(\rho_3) = -2\rho_3^2 - 1.5\rho_3^1 + 1000$$

零售商與需求市場交易之交易成本：

$$s_{rc} = q_5^{rc} + 5 \quad \forall r,c$$

需求市場與零售商交易之交易成本：

$$\hat{s}_{rc} = q_5^{rc} + 5 \quad \forall r,c$$

(二)測試例二：雙重通路、單一時期

製造商與需求市場交易之交易成本：

$$s_{fc} = q_2^{fc\,2} + 2q_2^{fc} \quad \forall f,c$$

需求市場與製造商交易之交易成本：

$$\hat{s}_{fc} = q_2^{fc} + 1 \quad \forall f,c$$

求解結果整理如表 1 所示。

表 1 測試例結果比較

變數		例一	例二
製造商產量	Q_1	28.12	38.22
	Q_2	28.12	38.22
製造商 1 運送量	q_1^{11}	14.06	4.98
	q_1^{12}	14.06	4.98
	q_2^{11}	-	14.13
	q_2^{12}	-	14.13
製造商 2 運送量	q_1^{21}	14.06	4.98
	q_1^{22}	14.06	4.98
	q_2^{21}	-	14.13
	q_2^{22}	-	14.13
零售商 1 售價	γ^1	261.62	267.81
零售商 2 售價	γ^2	261.62	267.81
零售商 1 運送量	q_5^{11}	14.06	4.98
	q_5^{12}	14.06	4.98
零售商 2 運送量	q_5^{21}	14.06	4.98
	q_5^{22}	14.06	4.98
需求市場售價	ρ_3^1	277.68	274.79
	ρ_3^2	277.68	274.79
需求市場需量	d^1	28.12	38.22
	d^2	28.12	38.22

4.3 小結

測試例一與測試例二模式之最大相異點在於測試例一的模型增加四條虛擬的電子商務通路後，即為測試例二的模式。測試例二的需求市場除了透過原始的實體通路，經由零售商取得產品外，還能直接從製造商手上取得產品，不再需要透過零售商，如此更能節省時間，將產品快速送到顧客手中。

兩個測試例相互比較之下，本研究結果發現：測試例二會優於只有實體通路的測試例一。除了製造商的產量增加之外，兩個製造商的運送量皆由原本的實體通路大量轉至虛擬通路，使得需求市場的售價降低，需求市場的需求量因此提升。

五、計畫成果自評

在一年的研究期間，我們研究了所需處理的問題理論，並完成了初步測試工

作，而且部分研究成果已經發表於國內重要研討會中，其他部分將陸續投稿至知名學術期刊公開發表之。

六、參考文獻

1. Nagurney, A., 1999. Network Economics: A Variational Inequality Approach, second and revised ed. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
2. Nagurney, A., Dong, J., Zhang, D., 2002.“A supply chain network equilibrium model,” Transportation Research Part E, Vol. 38, pp. 281-303.
3.

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫成果報告

※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※
※　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　※
※　應用變分不等式理論於供應鏈配送網路設計之研究　※
※　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　※
※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※※

計畫類別：■個別型計畫　　□整合型計畫
計畫編號：NSC 92-2211-E-216-008-
執行期間：92 年 8 月 1 日至 93 年 7 月 31 日

計畫主持人：張美香博士 中華大學企業管理學系
共同主持人：
計畫參與人員：

本成果報告包括以下應繳交之附件：
□赴國外出差或研習心得報告一份
□赴大陸地區出差或研習心得報告一份
□出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份
□國際合作研究計畫國外研究報告書一份

執行單位：中華大學企業管理學系

中　華　民　國 九十三 年 七 月 三十 日

本研究適用之供應鏈系統為：多個製造商、零個或一個配銷商、多個零售商、多個消費者所構成之之供應鏈配送網路問題。本研究基本假設有：

1. 假設製造商只生產單一產品，完成後就直接運送給零售商或運送至物流中心。其乃根據生產成本、交易成本等資料，決定最佳生產量與運送量。

2. 假設物流中心、零售商追求利潤的最大化，而且存貨的持有成本為運送量的函數，則產品價格與消費者需求有關。
3. 消費者只能至零售商處購買，故必須決定最佳消費數量，假設其與產品售價與交易成本有關，其中運輸成本可能佔交易成本之大宗。

主要研究課題有六，分述如下：

1. 競爭性供應鏈配送網路均衡模型之建構

過去進行網路設計研究時，多採用最佳化模型進行分析，著重於不同決策廠商的個別行為分析，本研究擬從空間訂價理論出發，採用更具一般性之變分不等式模型，一併將廠商間的互動行為納入分析，建構一競爭性供應鏈配送網路均衡模型。如何發展不同績效導向之供應鏈配送網路設計模型，則為此研究最具有挑戰的地方。